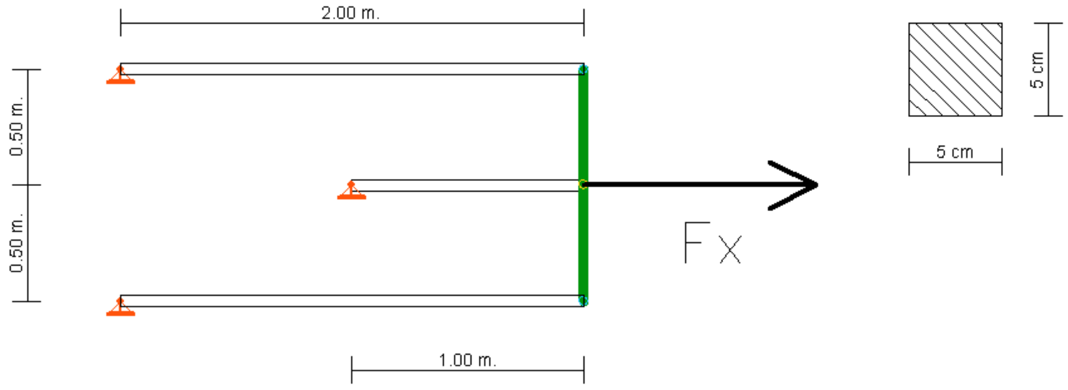
Connettori Elasto-Plastici – Esempio 403



SI considerino 3 CONNETTORI ELASTOPLASTICI di sezione quadrata **5x5 cm**, di acciaio con modulo **E = 2100000 Kgf/ cm²** e tensione di snervamento sia a trazione sia a compressione pari a **2000 kgf/cm²** (fyk = 2300, σ_S = 2300/1.15 = 2000)

I tre connettori siano perfettamente incastrati al lato sinistro e, al lato destro connessi ad un'asta infinitamente rigida (EI=OO) al centro della quale è applicata una forza orizzontale Fx

Siano dunque:

A =	*25 cm²*	*(area della sezione dei connettori)*
E =	*2100000 Kgf / cm²*	*(modulo di elasticità del materiale)*
σ_S =	*2000 Kgf / cm²*	*(Tensione di snervamento a trazione e compressione)*
l_1 =	*100 cm*	*(lunghezza del connettore centrale)*
l_2 =	*200 cm*	*(lunghezza dei due connettori laterali)*

Consideriamo due casi di carico

a) Fx = 105 KN (tutti i connettori in campo elastico lineare)
b) Fx = 1400 KN (i due connettori laterali in campo elastico, quello centrale snervato a trazione)

Per la particolare condizione di carico e di simmetria. l'unico grado di libertà significativo è lo spostamento, in direzione della forza Fx, dell'asta infinitamente rigida che fa capo ai 3 connettori.
La relazione di rigidezza, valida solo se i tre connettori sono tutti in campo elastico lineare è

1) $F_x = K_e \cdot u$

con K_e rigidezza della struttura in campo elastico, pari a:

2) $K_e = 2 \cdot E \cdot A / l_2 + E \cdot A / l_1 = 2 \cdot 2100000 \cdot 25/200 + 2100000 \cdot 25/200 = 1050000$ Kgf / cm

Caso di carico a) 105 KN

Nel caso di carico

a) Fx = 105 KN = 10500 Kgf

dalla 1) si ha:

3) $u_a = F_x / K_e = 10500 / 1050000 = 0.01cm = 0.1$ mm

la tensione e gli sforzi normali nei connettori, per la deformazione u è date dalle:

4) $\sigma = u \cdot E / l$
5) $N = \sigma \cdot A$

dunque:

6) $\sigma_1 = u_a \cdot E / l_1 = 0.01 \cdot 2100000/100 = 210$ Kgf / cm^2 (σ connettore centrale)
7) $N_1 = \sigma_1 \cdot A = 210 \cdot 25 = 5250$ Kgf (N connettore centrale)

8) $\sigma_2 = u_a \cdot E / l_2 = 0.01 \cdot 2100000/200 = 105$ Kgf / cm^2 (σ connettori laterali)
9) $N_2 = \sigma_2 \cdot A = 105 \cdot 25 = 2625$ Kgf (N connettori laterali)

le 6) e 8) ci assicurano che nessuno dei connettori ha raggiunto il limite elastico dunque le 6), 7), 8), 9) e la 3) indicano correttamente tensioni, sforzi normali e spostamenti del sistema.

Caso di carico b) 1400 KN

Nel caso di carico

b) Fx = 1400 KN = 140000 Kgf

se si applicasse la 1) si otterrebbe

10) $u_b = F_x / K_e = 140000 / 1050000 = 0.1333333...$ cm

per tale spostamento, il connettore centrale avrebbe una tensione pari a:

11) $\sigma_1 = u_b \cdot E / l_1 = 0.13333 \cdot 2100000/100 = \mathbf{2800} > \mathbf{2000} = \sigma_s$ (Kgf / cm^2)

Il connettore centrale è *dunque* ***snervato***, perciò occorre elaborare la rigidezza K_p del sistema in cui il connettore centrale sia allo stato plastico.
In particolare, elimineremo dalla K_e il contributo del connettore centrale (snervato) e assegneremo ai suoi estremi, due forze assiali uguali e contrarie, pari alla forza di snervamento del connettore.
la 1) diventa allora:

12) $F_x - Ns_1 = K_p \cdot u$

ove K_p è la rigidezza priva del contributo del connettore snervato e Ns_1 è lo sforzo normale di snervamento del connettore centrale.

Anche in questo caso, una volta determinate le tensioni nei due connettori laterali, occorrerà verificare che siano inferiori a quella di snervamento perchè, in tal caso, il sistema sarebbe un cinematismo.

13) $K_p = 2 \cdot E \cdot A / l_2 = 2 \cdot 2100000 \cdot 25/200 = 525000$ (Kgf / cm)

Lo sforzo normale di snervamento per il connettore è:

14) $Ns_1 = \sigma_S \cdot A = 2000 \cdot 25 = 50000$ (Kgf)

applicando la 12 si ha:

15) $u_b = (F_x - Ns_1) / K_p = (140000 - 50000) / 525000 = 0.171429$ (cm)

per le 4) e 5) si ha perciò, per i due connettori laterali:

16) $\sigma_2 = u_b \cdot E / l_2 = 0.171429 \cdot 2100000 / 200 = 1800 < 2000$ (Kgf / cm^2)
17) $N_2 = \sigma_2 \cdot A = 1800 \cdot 25 = 45000$ (Kgf)

la 16) conferma che i due connettori laterali sono al di sotto del limite elastico.

Sono stati messi a confronto i valori degli spostamenti e degli sforzi normali nei due casi di carico (struttura tutta in campo elastico e struttura col connettore centrale snervato).

CASO DI CARICO a): F_X = 105 KN			
	V calcolato	ASCad32	diff %
u_a (cm)	0.01	0.01	0.000000
Ns_1 (Kgf)	5250	5250	0.000000
Ns_2 (Kgf)	2625	2625	0.000000

CASO DI CARICO b): F_X = 1400 KN			
	V calcolato	ASCad32	diff %
u_b (cm)	0.171429	0.171429	0.000000
Ns_1 (Kgf)	50000	50000	0.000000
Ns_2 (Kgf)	45000	45000	0.000000