



**Tecniche teoriche e sperimentali per l'identificazione
dei parametri dinamici del viadotto Molona
(Caltagirone, CT)**



Tesi di Laurea di:

Carlo Lucà Trombetta

Relatori:

Chiar.mo Prof. Ing. ***Giuseppe Muscolino***

Chiar.mo Prof. Ing. ***Antonino Recupero***

Correlatori:

Dott. Ing. ***Roberto Bello***

Dott. Ing. ***Elio Lo Giudice***

Indice

Introduzione	1
1 Il viadotto Molona, Caltagirone (CT)	7
1.1 Inquadramento dell'opera	7
1.2 Il viadotto Molona: descrizione dell'opera	9
1.2.1 Generalità sulle strutture composte acciaio calcestruzzo ...	11
1.2.2 Caratteristiche geometriche delle sezioni	16
1.2.3 Irrigidimenti: traversi e controventi di piano.....	17
1.2.4 Materiali	19
1.3 Analisi generale dei carichi.....	20
1.4 Schema di vincolo	21
2 Il software Ascad32	24
2.1 Generalità sul software.....	24
2.2 Dal modello agli elementi finiti al modello agli elementi strutturali	27
2.3 Il metodo F.E.M.	28
3 Metodi di calcolo e modelli implementati.....	30
3.1 Due modelli F.E.M. a confronto: a gusci e a trave equivalente	30
3.2 Analisi per azioni gravitazionali-Modello a gusci di una campata priva di soletta.....	32
3.2.1 Condizioni di vincolo.....	33

3.2.2	Risultati analisi statica.....	35
3.3	Analisi per azioni gravitazionali -Modello a trave di una campata priva di soletta	36
3.3.1	Condizioni di vincolo	37
3.3.2	Risultati analisi statica.....	37
3.4	Calibrazione statica dei modelli F.E.M.	38
3.5	Calibrazione dinamica dei modelli F.E.M.....	40
3.6	Generalità sulle strutture composte acciaio calcestruzzo	42
3.6.1	Analisi e risultati	44
3.7	Analisi per azioni gravitazionali -Modello a gusci di una campata con soletta.....	48
3.7.1	Analisi e risultati	49
3.8	Confronto modelli F.E.M. di una campata con soletta: modello a gusci e a trave equivalente	52
3.9	Modello a gusci del viadotto Molona su appoggi fissi.....	56
3.9.1	Condizioni di carico	58
3.9.2	Risultati analisi statica.....	58
3.9.3	Risultati analisi modale	60
3.10	Modello a trave equivalente del viadotto Molona su appoggi fissi	64
3.10.1	Condizioni di carico	65
3.10.2	Risultati analisi statica.....	65
3.10.3	Risultati analisi modale	67

3.11	Confronto modello a gusci con modello a trave del viadotto Molona	70
3.12	Modello a gusci del viadotto Molona su pile	75
3.12.1	Modellazione F.E.M. delle pile	75
3.12.2	Risultati analisi statica	78
3.12.3	Risultati analisi modale.....	79
3.13	Modello a trave equivalente del viadotto Molona su pile	82
3.13.1	Modellazione F.E.M. delle pile	82
3.13.2	Risultati analisi statica	83
3.13.3	Risultati analisi modale.....	84
3.14	Confronto modello a gusci con modello a trave del viadotto Molona su pile.....	88
4	Prova dinamica sperimentale sul viadotto Molona	93
	Introduzione	93
4.1	Generalità sulle prove dinamiche sperimentali	93
4.2	Tipologie d'identificazione dinamica	97
4.3	Definizioni principali	99
4.4	Tecniche d'identificazione nel dominio del tempo e nel dominio della frequenza	100
4.5	Identificazione dei parametri dinamici mediante EMA (Experimental Modal Analysis) e OMA (Operational Modal Analysis)	104
4.6	Modelli parametrici e non parametrici per l'Analisi Modale Operazionale	106

4.7	Test in vibrazioni ambientali del viadotto Molona.....	108
4.7.1	Configurazione prova dinamica	109
4.7.2	Elaborazione del segnale e risultati.....	113
4.8	Confronto prova sperimentale con modelli F.E.M.....	120
	Conclusioni.....	134
	Bibliografia	136

Introduzione

La conoscenza delle caratteristiche dinamiche delle strutture è di notevole importanza al fine di valutarne il grado di alterazione in fase di collaudo e di esercizio e le prestazioni nel caso di eventi calamitosi estremi come i terremoti.

Il campo di studio che riguarda la caratterizzazione dei parametri dinamici delle strutture è l'analisi dinamica sperimentale che oggi è uno dei principali temi di ricerca nell'ambito dell'Ingegneria Civile e Strutturale.

L'analisi dinamica sperimentale, in particolare, acquisisce sempre maggiore rilevanza come strumento per l'esecuzione di analisi strutturali accurate e per la valutazione del comportamento in opera della struttura.

L'interesse per l'identificazione dei parametri dinamici sulle strutture nasce inizialmente nel campo della ricerca aeronautica, allo scopo di studiare il comportamento dei velivoli sotto l'azione delle vibrazioni da carichi dinamici a cui essi sono sottoposti in esercizio. Solo in seguito, queste, si sono estese a vari altri rami della ricerca da quello dell'industria automobilistica, alla robotica e successivamente alle costruzioni.

Gli approcci che consentono la determinazione delle caratteristiche dinamiche di una struttura sono due:

- **L'approccio analitico** che parte dalla conoscenza della geometria della struttura, delle condizioni al contorno e delle caratteristiche dei materiali.
È possibile esprimere la distribuzione di massa, rigidità e smorzamento in forma matriciale e risolvendo un problema agli autovalori, si perviene alla determinazione dei parametri modali del sistema (frequenze naturali, fattori di smorzamento e forme modali) sotto le ipotesi di linearità e stazionarietà;
- **L'approccio sperimentale** (descritto nel *Capitolo 4*) si basa sulla misura dell'input dinamico sulla struttura della risposta strutturale. In seguito si calcolano le funzioni di risposta in frequenza o funzioni dei dati di output e si stimano, a partire da esse, i parametri dinamici della struttura.

Nell'ambito dell'approccio sperimentale, l'analisi dinamica sperimentale o "problema inverso", (in analogia con il cosiddetto "problema diretto", nel quale sono noti l'input e la struttura, e si vuole conoscere la risposta), tratta di un problema nel quale sono noti la risposta e ciò che la causa (l'input) e si vogliono conoscere i parametri dinamici della struttura. Il processo d'identificazione sperimentale dei parametri dinamici utilizzato maggiormente nei diversi ambiti di ricerca, può essere illustrato dal diagramma di flusso di Figura I.

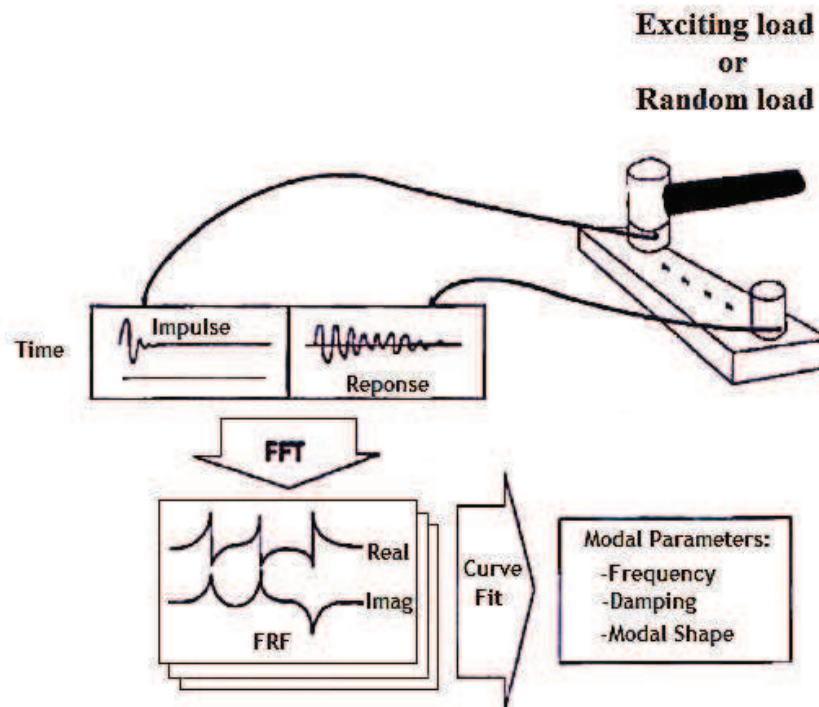


Figura I-Diagramma di flusso

La teoria dell'analisi modale sperimentale è basata sulle ipotesi fondamentali di linearità, stazionarietà e osservabilità.

Con ipotesi di *linearità* s'intende che la risposta del sistema a una certa combinazione di ingressi è uguale alla medesima combinazione delle rispettive risposte ed è applicabile il principio di sovrapposizione degli effetti.

L'ipotesi di *stazionarietà* implica che i parametri dinamici della struttura non variano nel tempo e le equazioni differenziali che reggono il problema risultano a coefficienti costanti.

L'ipotesi di *osservabilità*, invece, presuppone che i dati di output necessari a determinare le caratteristiche dinamiche di interesse devono

essere misurabili. Perciò è necessario scegliere in maniera oculata i punti di misura tramite opportune disposizioni degli strumenti in fase di setup della prova sperimentale dinamica, evitando di disporli in quei punti, detti “nodi modali”, in cui la risposta modale risulta essere nulla.

L'approccio sperimentale si basa sul principio che il comportamento dinamico di una struttura dipende dalle proprie caratteristiche intrinseche (masse, rigidità, smorzamenti, molteplicità e tipo di vincolo, ecc...) e non dall'entità e/o dal tipo di carico che viene applicato. Tali caratteristiche sono quindi come una “impronta digitale dinamica” per la struttura stessa. Secondo questo principio, partendo dall'ipotesi di stazionarietà, se non intervengono cause di modificazione interne alla struttura, il comportamento rimane inalterato, oppure in caso contrario, esisterà un range di variazione delle frequenze e dei modi propri di vibrare che ne caratterizzeranno l'alterazione.

Inoltre l'identificazione strutturale è di per sé una tecnica non distruttiva e in quanto tale può essere applicata sia a strutture nuove, in fase di collaudo, sia a strutture esistenti, in fase di monitoraggio.

Nell'approccio sperimentale classico il segnale d'ingresso viene applicato alla struttura con uno shaker o con un ingresso impulsivo, in genere ottenuto con un martello con cella di carico, mentre i trasduttori generalmente impiegati per la misura della grandezze in uscita sono costituiti da un set di accelerometri posizionati su alcuni punti della struttura.

Eccitando la struttura in un solo punto si può fare riferimento alla tecnica di analisi modale che permette la determinazione delle funzioni di risposta in frequenza e la rilevazione dell'uscita su di un altro punto

di misura. La sperimentazione porta direttamente a un modello di risposta in termini di funzioni di risposta in frequenza. Dalla misura di un numero opportuno di funzioni di risposta in frequenza si può passare ad un modello modale.

In particolare è stata sviluppata anche una tecnica di misura che non richiede l'applicazione di una specifica azione (ingresso di tipo random) e che assume il nome di *Output Only* per indicare che il processo si basa sulla misura diretta della sola risposta [Brincker R. & Andersen P. (2007). *Operational Modal Analysis Tutorial. Paper presented at Measurement and Analysis of Vibration Symposium, Hälsingborg, Sweden*].

L'interesse per la sperimentazione dinamica, manifestata nel presente lavoro di tesi, mostra lo studio del comportamento dinamico del viadotto Molona sito in Caltagirone (CT) sul quale in fase di collaudo statico sono state eseguite prove dinamiche in vibrazioni ambientali con ipotesi di azione random tipo *White Noise* (WN).

Un segnale di tipo random viene descritto con un approccio statistico in quanto il singolo segnale non è rappresentativo. Si devono impiegare metodi diversi per la descrizione di segnali random: nel dominio del tempo con la definizione della funzione di correlazione e nel dominio della frequenza con la definizione della funzione di densità spettrale di potenza (PSD, Power Spectral Density).

Sulla base delle informazioni note in fase di progetto, presenti nelle tavole allegate e nel *Capitolo 1*, sono stati definiti, nel *Capitolo 2*, 4 modelli agli elementi finiti (F.E.M. Finite Element Models) con il software ASCad32 (*Capitolo 3*):

- 1) Modello F.E.M su appoggi fissi tramite elementi guscio per le travi, elementi beam per i traversi ed elementi guscio piano per la soletta;
- 2) Modello F.E.M su appoggi fissi semplificato a travi equivalenti mediante elementi beam per le travi e i traversi ed elementi guscio piano per la soletta;
- 3) Modello F.E.M su pile a gusci tramite elementi guscio per le travi, elementi beam per i traversi ed elementi guscio piano per la soletta;
- 4) Modello F.E.M su pile semplificato a travi equivalenti mediante elementi beam per le travi e i traversi ed elementi guscio piano per la soletta.

Nel *Capitolo 4*, sono state confrontate le caratteristiche dinamiche ricavate dai modelli F.E.M con i risultati delle prove dinamiche sperimentali eseguite in cantiere alle quali ho assistito personalmente ed elaborate in fase di post processing dai tecnici dell'impresa di collaudo con ARTeMIS (Ambient Response Testing and Modal Identification Software) un software specialistico per l'identificazione modale sperimentale.

Il confronto tra i risultati derivanti dall'I.D. Sperimentale e i risultati derivanti dall'analisi modale tramite modello F.E.M. risultano soddisfacenti, dimostrando che le prove dinamiche possono essere fondamentali per valutare la corrispondenza del comportamento dinamico della costruzione in opera con il modello teorico (fase di collaudo). Inoltre la costruzione di un modello F.E.M. aggiornato, sulla base delle informazioni fornite dalle prove sperimentali (Model Updating), può dare indicazione sulle prestazioni della struttura ad azioni dinamiche come i terremoti.

1 Il viadotto Molona, Caltagirone (CT)

1.1 Inquadramento dell'opera

La costruzione del viadotto Molona sito in prossimità di Caltagirone in provincia di Catania, è una delle opere facenti parte di un più ampio progetto esecutivo relativo alla realizzazione della strada a scorrimento veloce Licodia-Eubea nella variante denominata “Variante di Caltagirone” per conto del committente dell’opera ANAS S.p.A.

La realizzazione della variante è stata affidata ad una ATI di imprese tra le quali la FIP Industriale di Padova che concede gentilmente di allegare nella presente tesi alcune tavole del progetto esecutivo.

Il tracciato si sviluppa in direzione est-ovest partendo dalla S.S.124, al km 3+700 (svincolo S. Bartolomeo), fino al km 12+470 (innesto con la S.P. n°37) come rappresentato in Figura 1. 1.



Figura 1. 1-Variante di Caltagirone (percorso arancione),viadotto Molona linea rossa

L'opera permette di collegare il territorio Ibleo e Calatino direttamente con l'autostrada Palermo-Catania.

La strada, di categoria C1, ha tre svincoli a livelli sfalsati, "S. Bartolomeo", "Molona" e "SP.37", che la suddividono in due tratti funzionali. L'analisi del corpo stradale, oltre alle opere principali quali viadotti e gallerie, ha reso necessario lo studio di opere minori quali rilevati e scavi in trincea e opere di maggiore rilievo quali rilevati con terre rinforzate e paratie di pali tirantate.

La morfologia irregolare del terreno ha comportato la realizzazione di cinque viadotti a grande luce costituiti da sezione aperta in acciaio di altezza pari a 2,96 m con soletta collaborante in c.a.:

- Paradiso 1 (722 m);
- Ippolito 1 (1.102 m);
- Ippolito 2 (125 m);
- Ippolito 3 (925 m);
- **Viadotto Molona (265 m).**

Il Molona in particolare, oggetto di studio, si sviluppa dal km 8+375 al km 8+640 per una lunghezza totale di 265 m.

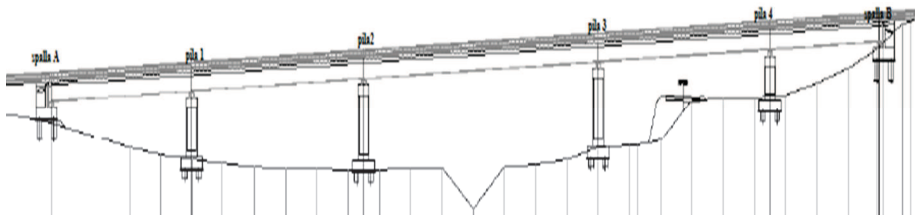


Figura 1. 2-Viadotto Molona

1.2 Il viadotto Molona: descrizione dell'opera

Il viadotto Molona è costituito da 5 campate suddivise in (45+55+75+55+35) m, per un totale di 265 m.



Figura 1. 3-Foto del viadotto Molona

Esso, così come tutti gli altri viadotti facenti parte della “Variante Caltagirone”, ha una larghezza complessiva pari a 12.00 m composta da carreggiata larga 10.50 m, cordoli laterali larghi 0.70 m e veletta di spessore 0.05 m.

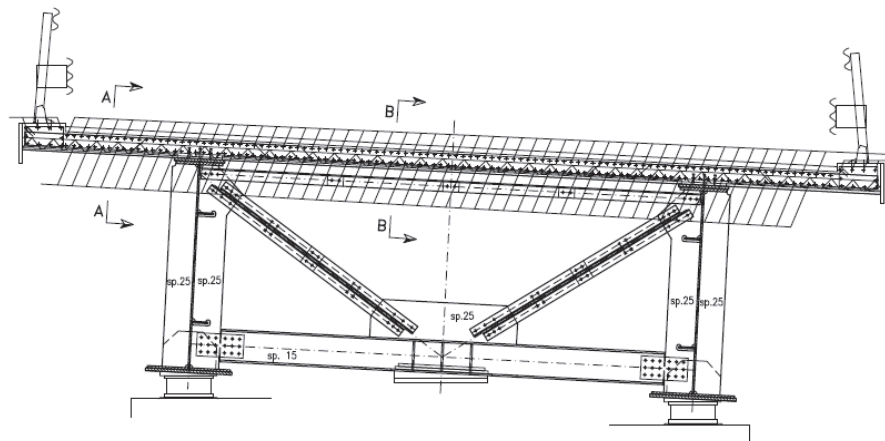


Figura 1. 4-Sezione tipo in appoggio

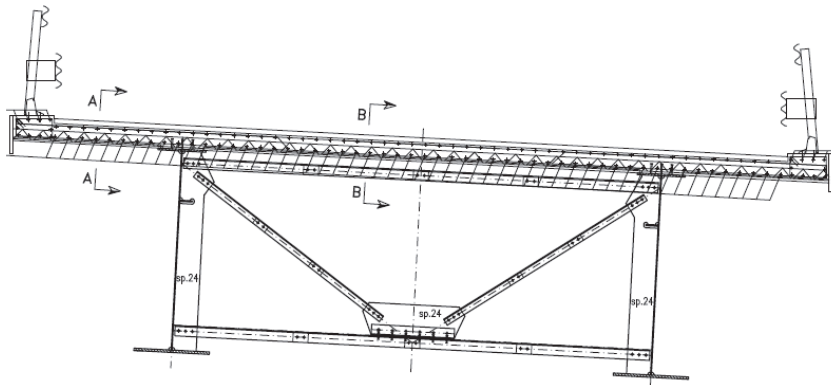


Figura 1. 5-Sezione tipo diaframma

L'impalcato è costituito da un bi-trave e realizzato in struttura mista acciaio-calcestruzzo. La struttura portante è costituita da due travi a doppio T in acciaio suddivise in conci tutti di altezza pari a 2.96 m che sorreggono la soletta in calcestruzzo di spessore totale 28 cm (23cm+5cm).

La dimensione delle piattabande superiori e inferiori delle travi risulta variabile lungo la lunghezza e costante concio per concio.

Le opere di elevazione costituite da pile in calcestruzzo sono a sezione pseudo ellissoidale cava, di spessore medio pari a 30 cm.

L'altezza delle pile è variabile da un minimo di 7.3 m a un massimo di 13.3 m. Le opere di fondazione comprendono le zattere della pila di spessore pari a 2.00 m, le spalle a parete piane e i pali di fondazioni. Questi ultimi sono di tipo trivellato e presentano diametro pari a $D=1.50$ m e lunghezze variabili da un minimo di 20 m per i pali delle spalle ad un massimo di 24 m per i pali delle pile.

1.2.1 Generalità sulle strutture composte acciaio calcestruzzo

Tarati i due modelli considerando solo le travi nude con le briglie di piano e i traversi, si è modellata anche la soletta in calcestruzzo al fine di confrontare i risultati derivanti da un comportamento globale in cui la soletta risulta il peso proprio principale. Inoltre la soletta funge anche da irrigidimento consentendo così una maggiore compartecipazione tra una trave e l'altra. La soletta, dunque, è collaborante e rende il comportamento dell'intero impalcato assai diverso essendo questo caratteristico delle strutture miste acciaio-calcestruzzo.

Con la denominazione “strutture composte acciaio-calcestruzzo”, in generale, vengono indicate quelle combinazioni di strutture costituite da parti metalliche e parti in calcestruzzo come, ad esempio, travi metalliche a parete piena con solette in c.a., colonne in profilati metallici inglobati in getti di calcestruzzo armato, tubi metallici riempiti di calcestruzzo, lamiere grecate con getto collaborante in calcestruzzo.

Le travi composte acciaio-calcestruzzo rappresentano la tipologia strutturale in cui è più frequente e in genere più vantaggioso l'uso combinato dei due materiali. In tale tipologia strutturale la trave metallica, generalmente a doppio T con ali uguali o disuguali, viene solidarizzata con una sovrastante soletta in calcestruzzo mediante appositi organi metallici (connettori). Pertanto la trave composta è costituita da tre parti che richiedono differenti controlli statici:

- La trave metallica;
- La soletta in calcestruzzo;
- I connettori trave-soletta.

La prima comparsa dei due materiali, acciaio e calcestruzzo, affiancati, si trova in alcune strutture da ponte agli inizi del secolo. In queste prime applicazioni però essi costituiscono due elementi strutturali distinti, destinati ad assolvere funzioni diverse. Mentre, infatti, con l'acciaio si realizzavano le strutture portanti principali, con il calcestruzzo armato si realizzava una soletta di impalcato che aveva solo il compito di trasferire alle prime i carichi su di essa viaggianti.

L'opportunità di sfruttare più integralmente le risorse di resistenza delle parti strutturali in calcestruzzo, collegandolo a quelle in acciaio per costituire un'unica sezione resistente, appare ben presto molto più logica e conveniente. Le prime esperienze al riguardo mostrano immediatamente che tale collaborazione (per lo meno sotto carichi di modesta entità) nasce spontaneamente per la naturale aderenza tra acciaio e calcestruzzo favorita dalla presenza della testa dei chiodi (si lavorava allora soltanto in esecuzione chiodata) disposti sulle piattabande superiori. Il punto più delicato del problema si rivela subito essere la messa a punto di sistemi di collegamento che assicurino la perfetta solidarietà fra le parti connesse anche sotto carichi di non modesta entità e che inoltre risultino di esecuzione economicamente soddisfacente. Per tale motivo le prime vere e proprie strutture miste sono state realizzate annegando nel calcestruzzo profilati metallici: in tal modo si ottiene un rigido collegamento fra i diversi materiali, garantito dalle estese superfici di aderenza, con un sistema costruttivo molto semplice. Tale sistema ancora oggi permane in alcuni ponti ferroviari.

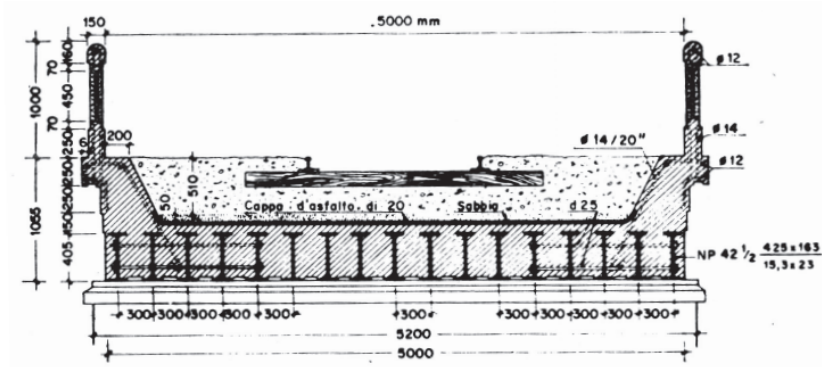


Figura 1. 6-Esempio ponte ferroviario con profili metallici annegati nel c.l.s.

Il sistema viene perfezionato, negli anni tra il 1930 ed il 1935, sopprimendo il calcestruzzo poco sollecitato e limitandolo quindi ad una soletta opportunamente collegata alle travi metalliche.

Il superamento del problema di assicurare una perfetta solidarietà tra le due componenti anche per valori elevati dei carichi, dà così il via alle pratiche realizzazioni (ponte sullo Steinbach, 1935-36), succedute, sulla scorta di studi teorici e processi tecnologici via via sempre più avanzati.

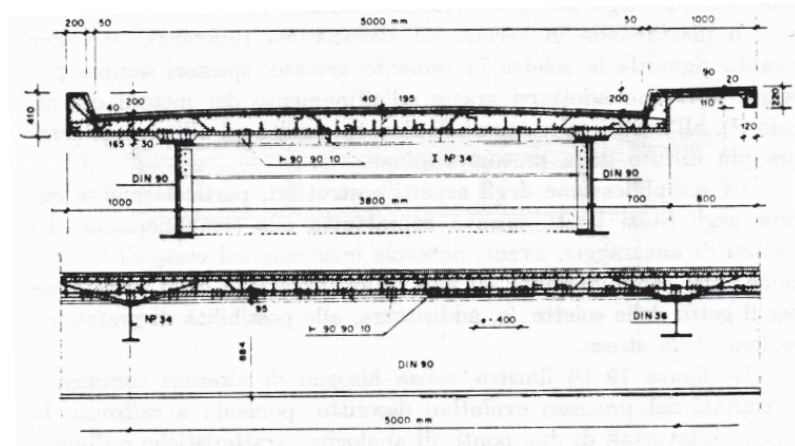


Figura 1. 7- Ponte sullo Steinbach 1935-36

Con il ponte sullo Steinbach si chiude definitivamente un primo stadio del processo evolutivo che ha portato, appunto, a definire il sistema composto acciaio-calcestruzzo.

I problemi che le singole parti componenti introducono nella verifica sono molteplici. La soletta ha un comportamento reologico i cui effetti sono esaltati dalla solidarizzazione con la parte metallica, indenne da tale fenomenologia nei livelli usuali di sollecitazione. L'instabilità locale delle parti metalliche rappresenta un ulteriore aspetto che influenza il dimensionamento di ali ed anime delle travi, specialmente su schemi a trave continua dove le zone sollecitate a momento negativo presentano piattabande ed anime fortemente compresse.

L'unione di due elementi, soletta e trave, costituiti da materiali di ben differenti proprietà meccaniche, comporta l'insorgere di particolari problemi sia sotto il profilo tecnologico sia sotto quello teorico.

Possiamo perciò distinguere:

- 1) Problemi tecnologici riguardanti la realizzazione degli organi meccanici per la solidarizzazione tra trave e soletta, atti a resistere alle azioni di scorrimento e a garantire la piena solidarietà tra le parti, fino alla rottura che, per il pieno sfruttamento dell'azione composta, deve preferibilmente presentarsi sotto forma di collasso dell'elemento nel suo insieme, e non come distacco e rottura di una delle due parti componenti;
- 2) Problemi di calcolo, per la valutazione degli sforzi sotto carichi permanenti tenendo conto dei fenomeni di viscosità, cui fatalmente è soggetto il calcestruzzo.

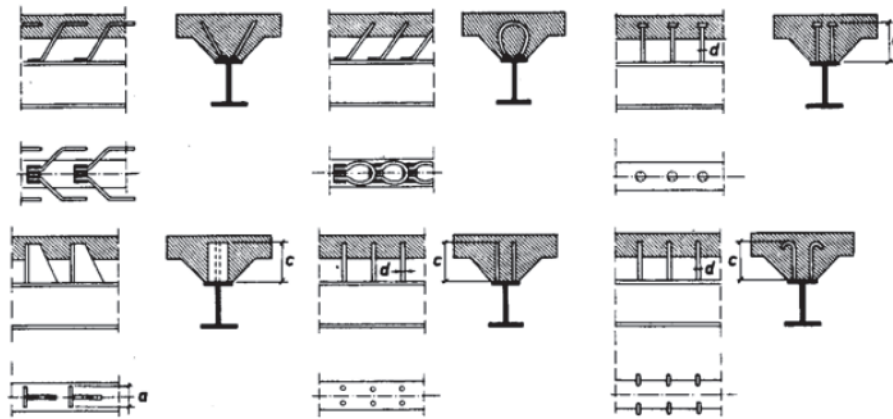


Figura 1. 8- Vari tipi di connettori tra trave di acciaio e soletta in c.l.s.

Il collegamento soletta-trave è solitamente realizzato mediante saldatura connettori metallici, che nelle travi composte sono generalmente saldati sulla piattabanda superiore della trave di acciaio e successivamente immersi nella soletta di calcestruzzo (così come nel caso studio Viadotto Molona). Tali connettori possono assumere forme diverse ed in particolare si distinguono in sistemi duttili e rigidi.

La verifica dei connettori rappresenta un problema di non agevole analisi teorica poiché dipendente da stati di sollecitazione complessi con forti concentrazioni di tensione e notevole sensibilità alla ripetizione dei carichi.

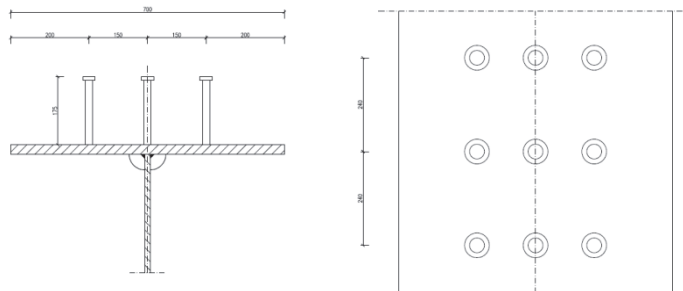


Figura 1. 9- Dettaglio 3 della tavola allegata "Carpenterie metalliche-impalcati sezioni tipologiche 3", disposizione connettori trave-soletta del viadotto Molona

1.2.2 Caratteristiche geometriche delle sezioni

Le caratteristiche geometriche delle sezioni delle travi in acciaio, riferite a ogni concio, sono riportate di seguito:

	Spalla A	Piattabanda superiore [mm]	Anima [mm]	Piattabanda Inferiore [mm]	H _{tot} [mm]
Pila 1	C1	700x24	16	900x30	2966
	C2	700x24	14	1000x30	2966
	C3	700x24	18	1000x35	2966
	C4	700x24	20	1000x40	2966
	C5	700x24	16	1000x35	2966
	C6	700x24	14	1000x35	2966
	C7	750x40	22	1200x40	2966
Pila 2	C8	750x40	25	1200x40	2966
	C9	750x40	22	1200x40	2966
	C10				
	C11	700x24	16	1200x40	2966
	C12				
Pila 3	C13	750x40	22	1200x40	2966
	C14	750x40	25	1200x40	2966
	C15	750x40	22	1200x40	2966
	C16	700x24	14	1100x35	2966
Pila 4	C17	700x24	16	1000x35	2966
	C18	700x35	20	1000x40	2966
	C19	700x24	16	1000x35	2966
	C20	700x24	14	900x30	2966
	C21	700x24	16	900x30	2966
	Spalla B				

Tabella 1. 1-Dimensioni travi viadotto Molona

1.2.3 Irrigidimenti: traversi e controventi di piano

Come si evince dalle tavole di progetto, l'impalcato è costituito da elementi reticolari quali i traversi e due ordini di controventatura di piano longitudinale superiore e inferiore.

Gli elementi costituenti i traversi sono i seguenti:

TRAVERSO IN SPALLA

- Traverso inferiore: HEB550;
- Diagonali: 4 L 130x12;
- Traverso superiore: 2 L 150x12.

TRAVERSO IN PILA

- Traverso inferiore: profilo saldato 500x450;
- Diagonali: 4 L 120x13;
- Traverso superiore: 2 L 150x12.

TRAVERSI IN CAMPATA

- Traverso inferiore: doppio L 150x12;
- Diagonali: doppio L 100x12;
- Diagonali: doppio L 150x12 (traverso prima e dopo pila);
- Traverso superiore: 2 L 150x12.



Figura 1. 10-Traverso in spalla

CONTROVENTI DI PIANO

- Reticolare di controventamento superiore: L 70x7;
- Reticolare di controventamento inferiore (zona appoggio): 2 L 150x12;
- Reticolare di controventamento inferiore (zona campata): 2 L 120x8.

Si riportano di seguito due foto relative ai controventi del viadotto Molona.



Figura 1. 11-Controventi di piano e traversi



Figura 1. 12-Controventi di piano e traversi in spalla

Si rimanda alle tavole allegate per le piante e le sezioni tipo dell'impalcato.

1.2.4 Materiali

Calcestruzzo soletta

Classe di resistenza $C28 / 35 \quad f_{ck} / R_{ck} = 28 / 35 \text{ MPa} \quad (0.1)$

Resistenza di calcolo (SLU) $f_{cd} = \frac{\alpha_{cc} \cdot f_{ck}}{\gamma_c} = 15.86 \text{ MPa} \quad (0.2)$

Resistenza e compressione media $f_{cm} = f_{ck} + 8 = 36 \text{ MPa} \quad (0.3)$

Resistenza a trazione semplice $f_{ctm} = 0,3 \cdot f_{ck}^{2/3} = 2,76 \text{ MPa} \quad (0.4)$

Resistenza a trazione per flessione $f_{ctk(5\%)} = 1,2 \cdot f_{ctm} = 3,31 \text{ MPa} \quad (0.5)$

Modulo Elastico $E_{cm} = 22000 \cdot \left(\frac{f_{cm}}{10} \right)^{0.3} = 32308 \text{ MPa} \quad (0.6)$

Acciaio tipo B450C

$$\text{Tensione k. di snervamento} \quad f_{yk} \geq 450 \text{ MPa} \quad (0.7)$$

$$\text{Tensione k. di rottura} \quad f_{yk} \geq 540 \text{ MPa} \quad (0.8)$$

$$\text{Resistenza di calcolo} \quad f_{yd} = f_{yk} / 1,15 = 391 \text{ MPa} \quad (0.9)$$

Acciaio da carpenteria S355J2G2

$$\text{Tensione caratteristica di} \quad f_{tk} = 470 \text{ MPa (per } s > 40\text{mm)} \quad (0.10)$$

$$\text{rottura} \quad f_{tk} = 510 \text{ MPa (per } s < 40\text{mm)} \quad (0.11)$$

$$\text{Resistenza caratteristica di} \quad f_{tk} = 335 \text{ MPa (per } s > 40\text{mm)} \quad (0.12)$$

$$\text{snervamento} \quad f_{tk} = 355 \text{ MPa (per } s < 40\text{mm)} \quad (0.13)$$

$$\text{Coefficiente di sicurezza} \quad \gamma_{M0} = 1,05 \quad (0.14)$$

1.3 Analisi generale dei carichi

I pesi proprio strutturali considerati sono i seguenti:

$$\text{Carpenteria in acciaio} \quad 2,4 \text{ KN/m}^2 \quad (0.15)$$

$$\text{Soletta in calcestruzzo } s=(23+5)\text{cm} \quad 7,0 \text{ KN/m}^2 \quad (0.16)$$

Le azioni permanenti non strutturali considerate, invece, sono le seguenti:

$$\text{Manto bituminoso di copertura} \quad 18 \text{ KN/m}^3 \quad (0.17)$$

$$\text{Guard-rail ad alta resistenza} \quad 1,50 \text{ KN/m} \quad (0.18)$$

$$\text{Parapetti} \quad 1,00 \text{ KN/ m} \quad (0.19)$$

$$\text{Cordolo} \quad 8,00 \text{ KN/m} \quad (0.20)$$

1.4 Schema di vincolo

Lo schema di vincolo del viadotto è concepito in modo da tenere conto del comportamento della struttura sia in fase statica che in fase sismica.

Dal punto di vista statico il Molona presenta appoggi multidirezionali in corrispondenza delle spalle e di tutte le pile, tranne che per la pila 3, in cui il vincolo è unidirezionale in direzione trasversale.

Dal punto di vista sismico invece il viadotto presenta dispositivi sismici di vario genere in particolare:

- Dispositivi OTP- longitudinali che permettono lo svilupparsi di deformazioni termiche e limitano la forza sismica determinando uno spostamento controllato dell'impalcato;
- Dispositivi OT-longitudinali che permettono lo sviluppo della deformazione termica, bloccando allo stesso tempo l'impalcato per forze impulsive;
- Dispositivi OP- trasversali che bloccano l'impalcato per forze impulsive non permettendo deformazioni lente;
- Vincolo DEF- vincoli fissi;
- Vincolo DEM- vincolo mobile longitudinale, fisso in senso trasversale.

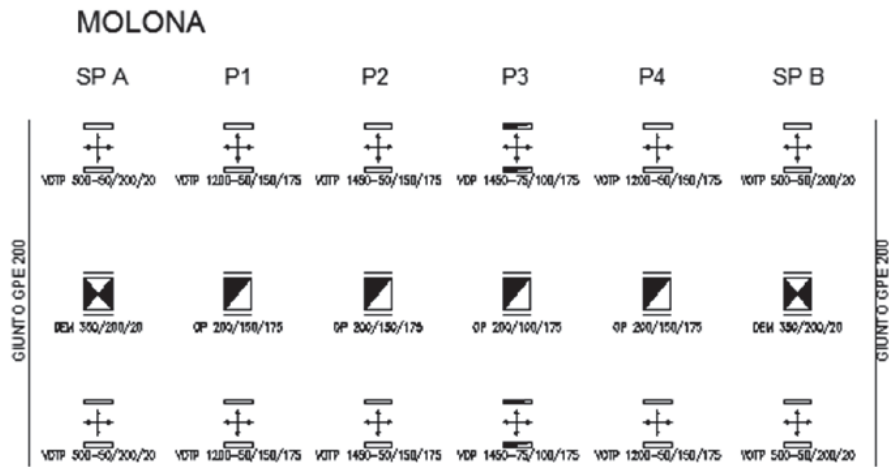


Figura 1. 13-Schema di vincolo

Dal punto di vista statico, dunque, il viadotto può essere considerato come costituito da vincoli carrello che consentono la traslazione longitudinale e vincolo cerniera cilindrica che consente la rotazione intorno all'asse y in corrispondenza della pila 3. Si riportano di seguito le foto riferite ai particolari degli appoggi.



Figura 1. 14-Particolare appoggio multidirezionale Spalla A



Figura 1. 15-Spalla A, particolare appoggio multidirezionale



Figura 1. 16-Pila 2, particolare dispositivi di vincolo

2 Il software Ascad32

2.1 Generalità sul software

Il software di calcolo ASCad32 è un cad integrato per l'analisi strutturale e consente la modellazione, il progetto e la verifica di qualsiasi struttura, dal più semplice edificio in c.a. per civile abitazione all'ingranaggio di un pezzo meccanico.

Il programma in particolare è stato utilizzato per eseguire le analisi agli elementi finiti sull'impalcato del viadotto Molona caso di studio della presente tesi.

Con assistenza e teleassistenza offerta gentilmente dall'azienda ARCA Centro Ricerca Applicazioni Automatiche, sviluppatrice del Software, nella persona del fondatore Ing. Roberto Bello è stato possibile avere un dialogo e un'interazione fondamentale per un utilizzo degli svariati strumenti che l'analizzatore agli elementi finiti offre.

Nei paragrafi successivi di questo capitolo vedremo alcune indicazioni che stanno alla base del funzionamento di ASCad32

La modellazione di una struttura dipende dal software che viene utilizzato, generalmente il processo di progettazione viene schematizzato nel modo illustrato nella Figura 2. 1:

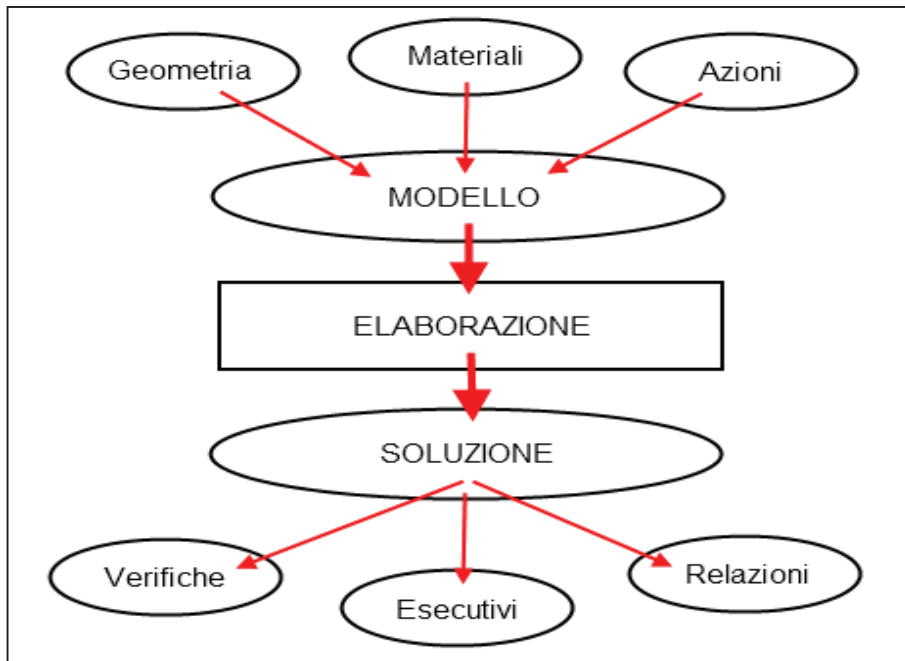


Figura 2. 1-Processo ideale di progettazione

Considerando lo schema del processo di progettazione ideale appena illustrato, possiamo considerare la *geometria*, le *proprietà meccaniche* e le *azioni*, come caratteristiche di una *struttura reale* che confluiscono in un unico modello, la cui complessità dipende dalla potenza di elaborazione del sistema.

Tutte le soluzioni dei calcoli operato sul modello ci danno il *progetto esecutivo*, questo grazie agli *esecutivi*, alle *relazioni* e alle *verifiche*.

Come detto in precedenza la modellazione e quindi la complessità dipenderanno certamente dalla capacità di calcolo del software utilizzato, ma anche dalla potenza dell'elaboratore, nel caso di progettazione assistita al calcolatore.

Lo schema appena visto, in realtà, è un'astrazione *ideale* del processo di progettazione di una struttura. Si parte da un problema *reale* da

risolvere, che si riesce a simulare attraverso un modello sul quale si effettuano i calcoli e si leggono i risultati che vengono successivamente trasferiti alla realtà.

Si deve tener conto del fatto che numerosi problemi possono verificarsi durante il processo.

Il primo punto basilare è che il modello non è la realtà, ma una semplificazione capace di catturare la fisica del problema, trascurando il più delle volte gli aspetti poco salienti, per tale motivo una corretta modellazione è fondamentale e non di poco conto.

Prima di utilizzare un software di calcolo, è importante avere chiare le caratteristiche degli elementi finiti o strutturali che verranno impiegate, oltre alle condizioni che il programma consente di imporre (ai nodi e più in generale alla struttura), perché in funzione di ciò dipenderà la corrispondenza tra il modello e la realtà.

E' evidente che una buona progettazione, è il risultato di un processo in cui, oltre alla sensibilità del progettista nel riuscire a interpretare nel modo corretto la realtà del problema, è chiamata in gioco anche la flessibilità e l'affidabilità del software.

Capita spesso che flessibilità e affidabilità sono due espressioni di una stessa qualità di software. La realtà dei fatti ci dice, che la soluzione numerica di una struttura non è mai esatta.

Le equazioni che i programmi risolvono, lo fanno attraverso molte iterazioni, implicando migliaia di operazioni aritmetiche, con le approssimazioni numeriche, che determinano imprecisioni. Tali imprecisioni anche se sono minime, quando si sommano possono

portare ad errori macroscopici. Non è un problema di software scorretto ma insito negli algoritmi risolutivi e comune, in misure diverse, a tutti i programmi di calcolo.

2.2 Dal modello agli elementi finiti al modello agli elementi strutturali

Per meglio comprendere i problemi legati alla modellazione strutturale sul calcolatore, è fondamentale focalizzare l'attenzione sul software di calcolo, in particolare sulle procedure interne che vengono automaticamente adottate per risolvere o evitare alcuni problemi di modellazione.

I software di calcolo possono essere suddivisi in due categorie secondo il tipo di input:

- Elementi finiti: il progettista inserisce un modello agli elementi finiti (aste, elementi shell) della struttura;
- Elementi strutturali: il progettista inserisce direttamente degli elementi strutturali (travi, pilastri, setti.).

I programmi agli Elementi Finiti richiedono di modellare la struttura come un insieme di elementi finiti connessi da nodi. La qualità principale di tali software è quella che consente una grande capacità di modellazione, infatti, possiamo modellare un edificio, un pezzo meccanico, una struttura in acciaio. Questa grande libertà di modellazione è espressione di un insieme di scelte che il progettista è tenuto a fare.

I programmi agli Elementi Strutturali richiedono e consentono solo l'inserimento di elementi strutturali, questo se da un lato fornisce al

software una serie d'informazioni implicite nel tipo di elemento e gli consente di fare in modo automatico le scelte di modellazione, dall'altro, sottrae le scelte al controllo del progettista, che si trova dunque un input spesso ingessato.

Tornando al programma ASCad32, ha un input orientato agli elementi finiti, ma in grado, attraverso un suo progettatore strutturale, di elaborare gli elementi finiti introdotti costruendo i corrispondenti elementi strutturali.

Offre quindi la massima libertà di modellazione oltre ad una grande fruibilità.

2.3 Il metodo F.E.M.

ASCad32 sfrutta le potenzialità del Metodo agli Elementi Finiti, ovvero riesce ad utilizzare una tecnica numerica in grado di cercare soluzioni approssimate di problemi, descritti da equazioni differenziali alle derivate parziali, riducendo queste ultime ad un sistema di equazioni algebriche.

Tale metodo compete in alcuni ambiti limitati con altre strategie numeriche (metodo delle differenze finite, metodo dei volumi finiti, metodo degli elementi al contorno, metodo delle celle, metodo spettrale, etc.), ma esso mantiene una posizione dominante nel panorama delle tecniche numeriche di approssimazione e rappresenta il kernel di ASCad32.

Il Metodo F.E.M. si applica a corpi fisici suscettibili di essere suddivisi in un certo numero, anche molto grande, di elementi di forma definita e

dimensioni contenute. Ogni singolo elemento finito viene considerato un campo di integrazione numerica di caratteristiche omogenee.

La caratteristica principale del metodo degli elementi finiti è la discretizzazione attraverso la creazione di una mesh composta da elementi finiti di forma codificata (triangoli e quadrilateri per domini 2D, esaedri e tetraedri per domini 3D).

Su ciascun elemento caratterizzato da questa forma elementare, la soluzione del problema è espressa dalla combinazione lineare di funzioni dette funzioni di base o funzioni di forma.

In una simulazione per via numerica è necessario passare da un numero infinito di gradi di libertà, a un numero finito (situazione propria della mesh). La discretizzazione, nello spazio o nel tempo, ha lo scopo di ottenere un modello discreto caratterizzato da un numero finito di gradi di libertà. Tuttavia è inserito un errore dato dalla discordanza con la soluzione esatta del modello matematico.

Questo errore può essere valutato opportunamente se esiste un modello matematico adeguato all'intera struttura e riducendo al minimo gli errori numerici di calcolo, ovvero con l'utilizzo di calcolatori elettronici, il modello può essere considerato accettabile ingegneristicamente.

3 Metodi di calcolo e modelli implementati

3.1 Due modelli F.E.M. a confronto: a gusci e a trave equivalente

Nell'ipotesi di materiali omogenei a comportamento elastico lineare e isotropo, si è modellato, nella fase iniziale, una sola campata senza soletta tramite un modello il più possibile aderente alla realtà. A tal fine, ciascun concio costituente la travata, è stato considerato come l'insieme di elementi guscio (flangia superiore, anima e flangia inferiore) uniti tra loro tramite nodi fissi. I traversi e controventi di piano invece sono stati considerati come elementi trave di Bernoulli con le sezioni e caratteristiche inerziali di progetto (Figura 3. 1).

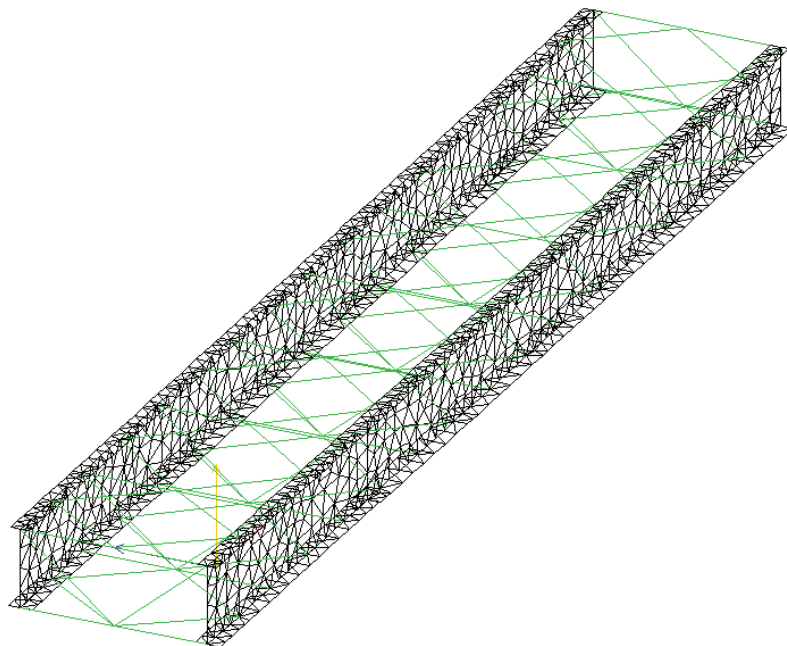


Figura 3. 1- Modello a gusci

Parallelamente si è creato un modello semplificato, riferito alla stessa campata senza soletta, considerando i conci in acciaio alla stessa stregua di un elemento beam (trave di Bernoulli) dotato della sezione e delle proprietà inerziali di progetto (Figura 3. 2). Anche in questo caso i controventi e i traversi sono stati modellati come elementi beam.

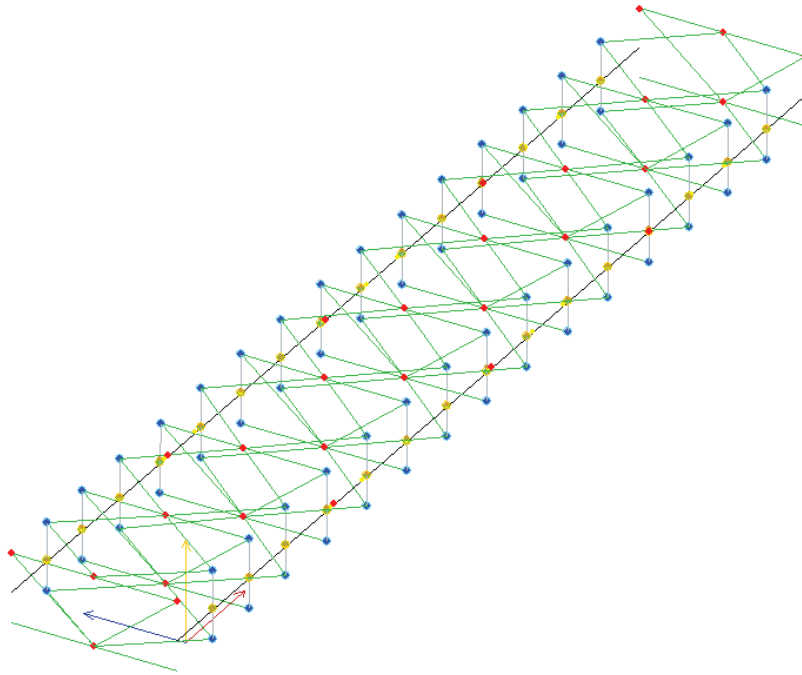


Figura 3. 2- Modello a trave equivalente

Questa prima fase è risultata di fondamentale importanza per una corretta e razionale taratura di entrambi i modelli, a gusci e a trave equivalente, dell'intero impalcato.

3.2 Analisi per azioni gravitazionali-Modello a gusci di una campata priva di soletta

Come già accennato, il primo modello considerato, è quello relativo a una sola campata senza soletta con utilizzo di elementi guscio dotati di una propria meshatura. Più la mesh dell'elemento finito sarà fitta maggiore sarà l'accuratezza della soluzione compatibilmente con i tempi di calcolo del solutore. I nodi della mesh saranno i punti capaci di scambiare informazioni nodali da una zona dell'elemento a un'altra. Dopo aver modellato l'impalcato senza soletta (Figura 3. 3) si è effettuata una prima analisi statica con il solo peso proprio degli elementi e valutate le reazioni vincolari agli appoggi (Figura 3. 4).

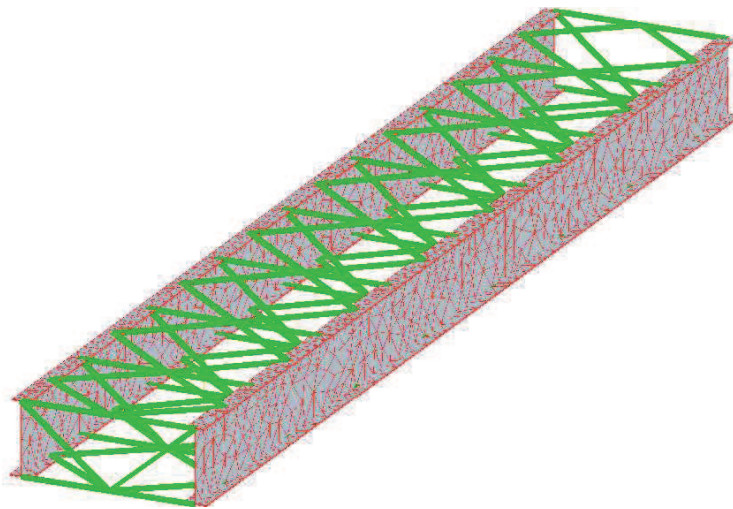


Figura 3. 3- Modello a gusci F.E.M. ASCad32 impalcato nudo

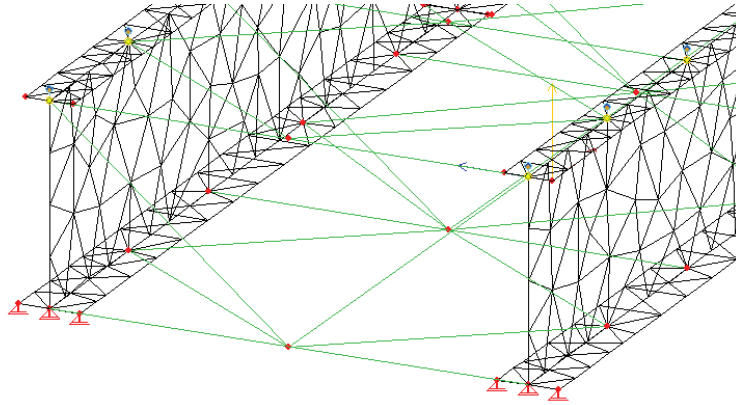


Figura 3. 4- Particolare nodi appoggio

3.2.1 Condizioni di vincolo

Al fine di considerare una corrispondenza con le condizioni di vincolo tipiche dei viadotti/ponti si è considerata una modellazione degli appoggi come cerniera-carrello.

Sono stati considerati per ogni appoggio 3 nodi. I nodi alle estremità dell'impalcato, esterni alla flangia inferiore, sono stati considerati come carrelli in direzione longitudinale con capacità rotazionale intorno all'asse y (Figura 3. 5, Figura 3. 6).

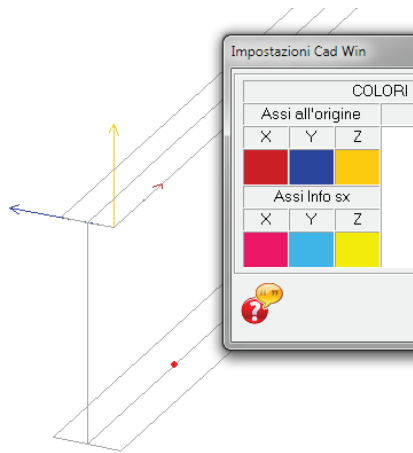


Figura 3. 5- Assi di riferimento

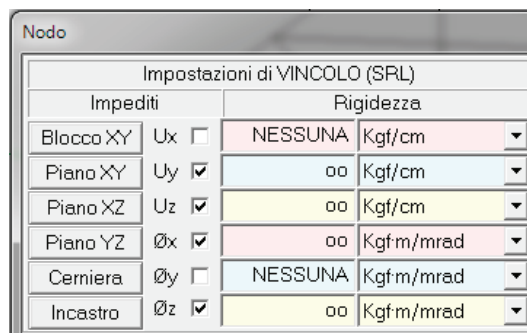


Figura 3. 6- Impostazioni vincolo

I nodi centrali invece sono stati modellati considerandoli come cerniere con libertà rotazionale attorno all'asse y.

Tali condizioni sono state considerate al fine di evitare eventuali tensioni passive derivanti da eccentricità accidentali e asimmetrie nel modello. I nodi alle estremità opposte delle travate sono stati considerati come semplici carrelli lungo la direzione longitudinale x.

3.2.2 Risultati analisi statica

Considerando la nomenclatura dei singoli nodi di appoggio alle estremità come di seguito, si riportano i risultati ottenuti nella tabella di seguito (Tabella 3. 1).

Modello a gusci

	Fx	Fy	Fz
v1,1	159	-122	16497
v1,2	0	636	93
v1,3	0	-694	89
v2,1	-159	145	16472
v2,2	0	620	88
v2,3	0	-561	93
v3,1	0	1622	18572
v3,2	0	-977	-5
v3,3	0	-822	139
v4,1	0	-1444	18597
v4,2	0	724	139
v4,3	0	872	-5
	0	-1	70769 Kgf
			70.8 ton

Tabella 3. 1-Reazioni vincolari modello a gusci a una campata

3.3 Analisi per azioni gravitazionali -Modello a trave di una campata priva di soletta

Il modello a trave equivalente su una campata priva di soletta è stato implementato sul Software ASCad32 esclusivamente con elementi beam.

Ogni concio di trave fa riferimento alle proprie caratteristiche in corrispondenza dell'asse baricentrico. Per questo motivo alle estremità dell'impalcato il vincolo di cerniera da un lato e di appoggio dall'altro è stato considerato eccentrico tramite un'asta fittizia che congiunge la linea d'asse trave con la linea d'asse dei traversi, dei controventi e il vincolo considerato.

Invece per tenere conto dell'eccentricità degli irrigidimenti in campata è stato possibile utilizzare dei legami di spazio rigido che connettono rigidamente il punto sull'asse trave con le briglie superiori e inferiori e i traversi (Figura 3. 7).

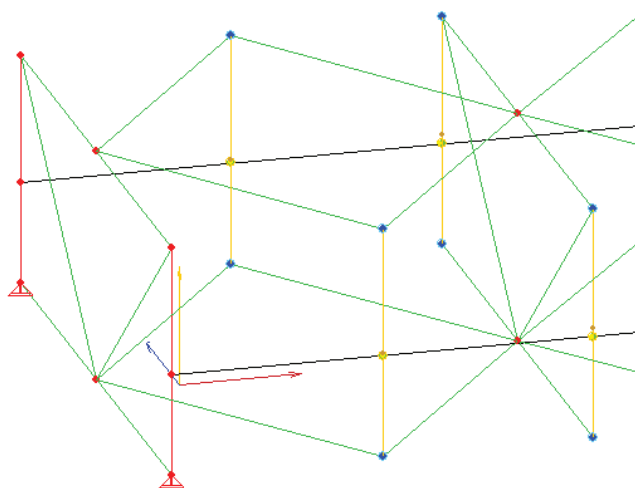


Figura 3. 7- Legami fittizi (in rosso), legami spazio rigido (in giallo)

3.3.1 Condizioni di vincolo

Nel caso di modello a trave equivalente sono stati considerati due vincoli di estremità per ogni travata rispettivamente cerniera cilindrica e carrello in modo da avere la stessa rispondenza con il modello a gusci (Figura 3.8).

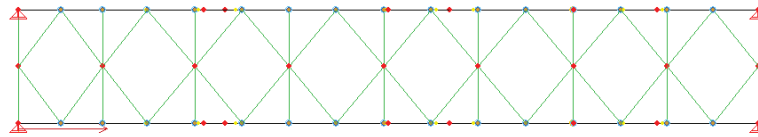


Figura 3.8 Vista in pianta impalcato con vincoli in estremità

3.3.2 Risultati analisi statica

Assegnando il carico peso proprio a tutti gli elementi a meno dei legami fittizi, che sono considerati solo in ragione della loro inerzia, si è effettuata l'analisi statica ottenendo le seguenti reazioni agli appoggi:

Modello semplificato a trave

	Fx	Fy	Fz	[Kgf]
v1	0	0	16586	
v2	0	0	16586	
v3	0	0	18608	
v4	0	0	18608	
tot	0	0	70388	

70.4 t

Tabella 3. 2- Risultati analisi statica modello a trave equivalente a una campata

3.4 Calibrazione statica dei modelli F.E.M.

Al fine di calibrare i due modelli si è confrontata la risultante delle reazioni vincolari riportate tra i due modelli riportati nei paragrafi precedenti. È possibile notare che il modello a gusci presenta una differenza di circa 400Kg rispetto al modello semplificato a trave.

Tale differenza, che in generale potrebbe essere trascurata, è attribuibile alla compenetrazione dei gusci negli estremi degli elementi costituenti le travate (Figura 3. 9).

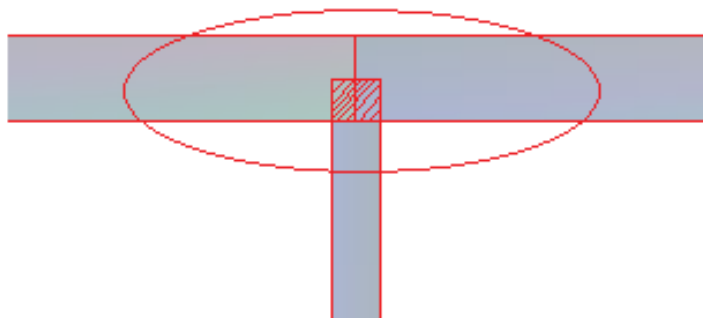


Figura 3. 9- Volume compenetrato (area campita)

Il volume compenetrato comporta un peso aggiuntivo rispetto all'effettivo volume occupato dalla trave dell'acciaio e di conseguenza un peso proprio maggiore rispetto al modello semplificato in cui l'effettiva area della sezione è assegnata all'asse baricentrico.

Il volume compenetrato e il peso aggiuntivo sono stati calcolati e risultano:

V,comp	0.044	m ³	P,comp	345	Kgf
	44	l		0.3	t

Tabella 3. 3- Volume compenetrato e peso compenetrato calcolato

In seguito al fine di tenere conto di questo peso aggiuntivo è stato apportato, al peso specifico dell'acciaio relativo alle travi, un coefficiente correttivo pari a:

$$\alpha_\gamma = \frac{\sum F_{zi,travi}}{\sum F_{zi,gusci}} = 0,994616 \quad (0.1)$$

Il nuovo peso specifico da assegnare risulta dunque:

$$\gamma_t = \alpha_\gamma \cdot \gamma = 7807,7 \text{ Kgf} / m^3 \quad (0.2)$$

Successivamente sono stati confrontati tra i due modelli i valori degli spostamenti per peso proprio in corrispondenza di tre punti di controllo posti a $L/4, L/2$ e $3\frac{L}{5}$. Gli spostamenti sono espressi in mm.

MODELLO SEMPLIFICATO

TRAVE 1 [mm]			TRAVE 2 [mm]		
$U_z(L/4)^-$	$U_z(L/2)$	$U_z(L/4)^+$	$U_z(L/4)^-$	$U_z(L/2)$	$U_z(L/4)^+$
-15.8	-22	-15.4	-15.8	-22	-15.4

MODELLO GUSCI

TRAVE 1 [mm]			TRAVE 2 [mm]		
$U_z(L/4)^-$	$U_z(L/2)$	$U_z(L/4)^+$	$U_z(L/4)^-$	$U_z(L/2)$	$U_z(L/4)^+$
-15.8	-22.1	-15.5	-16.1	-22.1	-15.5

Tabella 3. 4- Confronto spostamenti Modello a gusci VS modello a Trave/una campata

3.5 Calibrazione dinamica dei modelli F.E.M.

La calibrazione dinamica è stata fatta confrontando le deformate modali e i periodi che si riferiscono ai risultati dell'analisi modale eseguite sui due modelli. Si riportano a titolo di esempio i primi due modi di vibrare.

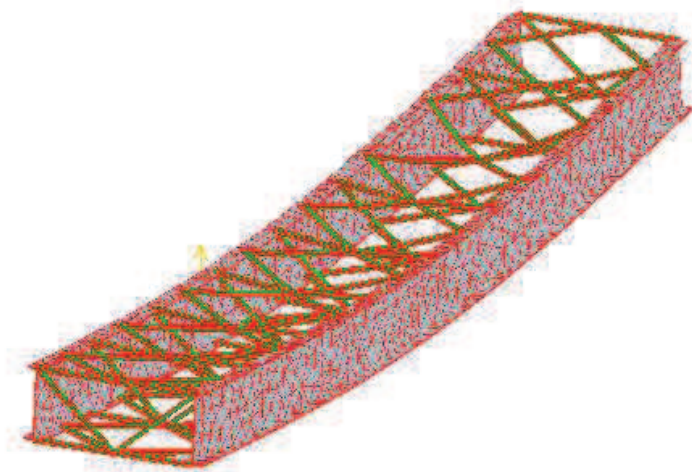


Figura 3. 10- Deformata modale 1°modo - modello a gusci/una campata

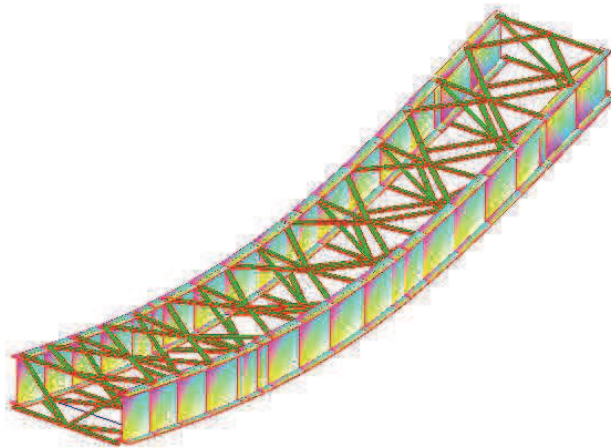


Figura 3. 11- Deformata modale 1°modo - modello a trave/una campata

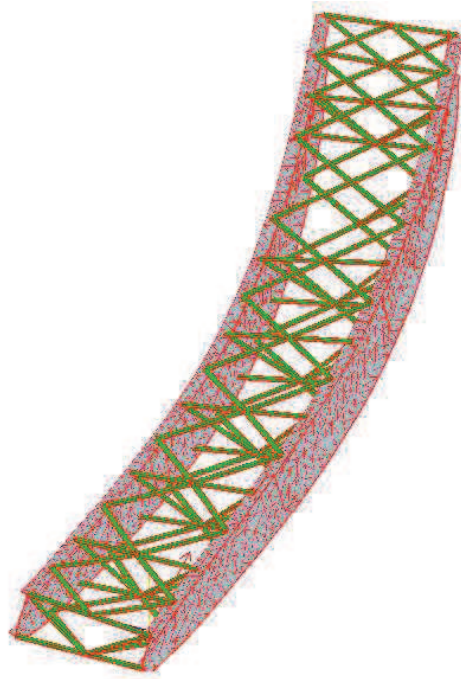


Figura 3. 12- Deformata modale 2°modo - modello a gusci/una campata

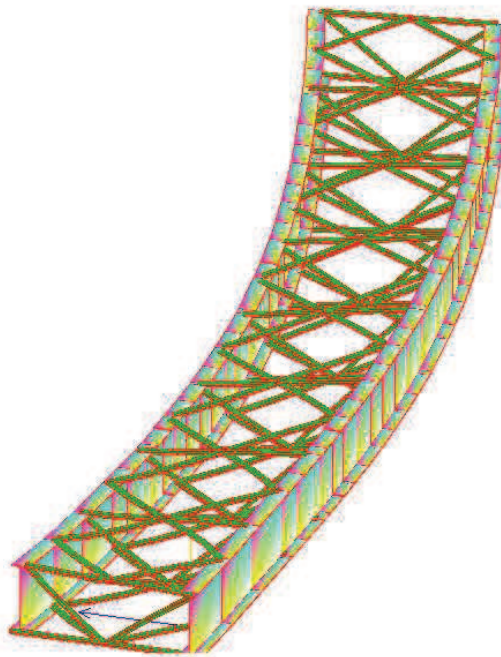


Figura 3. 13- Deformata modale 2°modo - modello a trave/una campata

I primi cinque periodi dell'impalcato privo di soletta nei due modelli presentati e la differenza in percentuale di seguito:

	Modello a gusci	Modello a trave	
	T[sec]	T [sec]	$\Delta\%$
1	0.269	0.264	2%
2	0.126	0.124	1%
3	0.110	0.096	5%
4	0.070	0.065	2%
5	0.055	0.057	1%

Tabella 3. 5-Confronto periodi modello a gusci VS modello a trave/una campata

Dal confronto dei periodi è possibile notare che tra il modello a gusci più dettagliato e il modello a trave equivalente si nota una differenza massima sui parametri dinamici del 5%.

3.6 Analisi per azioni gravitazionali -Modello a gusci di una campata con soletta

L'elemento soletta è stato modellato tramite un elemento guscio piano a cui è stato assegnato il materiale e lo spessore di progetto (Figura 3. 14).

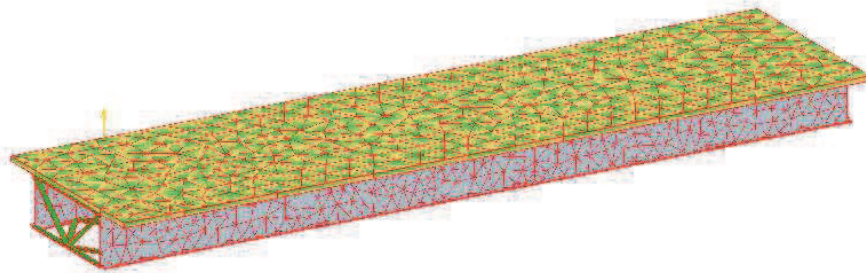


Figura 3. 14- Modello a gusci con soletta/una campata

Si osservi che l'elaborazione della mesh su elementi guscio può, in funzione dei parametri impostati e della forma dell'elemento, aggiungere un gran numero di vertici all'interno o sul bordo dell'elemento e a ogni vertice sarà associato un nodo con sei gradi di libertà nello spazio. In generale il numero di variabili del sistema (e di corrispondenti equazioni risolventi) è pari a 6 per ogni nodo della struttura. Ad esempio, una meshatura che aggiunge 500 nodi per ognuno dei 60 gusci che costituiscono il modello della struttura determina la necessità di risolvere all'incirca $500 \times 60 \times 6 = 180.000$ equazioni in altrettante incognite. Sebbene nel software ASCad32 utilizzato non vi siano limiti prefissati al numero di gradi di libertà del sistema e il calcolo di un sistema con 180.000 g.d.l. è effettuato abbastanza rapidamente, può essere importante, soprattutto nell'analisi dinamica, limitare il rango della matrice dinamica e quindi dei g.d.l. del sistema. In questo caso è possibile abilitare ai gusci desiderati, la condensazione statica. Ciò implicherà un leggero aumento dei tempi di elaborazione ma diminuirà drasticamente i g.d.l. del guscio "eliminando" dai g.d.l. totali tutti quelli dovuti ai punti aggiunti dalla mesh. Per il guscio condensato, dunque, i soli estremi (e i corrispondenti nodi) saranno solo i vertici del contorno e gli eventuali punti fissi. Dal punto di vista meccanico non vi sarà alcuna differenza nel comportamento dell'elemento condensato da quello non condensato, né come accuratezza delle soluzioni locali né come influenza sulla soluzione globale tuttavia, come si è detto ciò sarà "pagato" da un maggior tempo necessario per il calcolo.

Per questo motivo nel modello implementato, è stata imposta la condensazione statica grazie alla quale è stato possibile eliminare tutti i nodi interni e quindi i gradi di libertà corrispondenti a meno dei nodi

fissi aggiunti appositamente. Infatti, essendo la soletta il peso preponderante dell'impalcato, al fine di considerare realisticamente la distribuzione di massa effettiva, si sono aggiunti dei punti sul bordo e interni ai quali successivamente è stata assegnato il peso proprio dell'elemento. D'altronde considerare l'effettiva distribuzione della massa, soprattutto nell'analisi modale, è fondamentale ancor più perché non saranno aggiunti carichi aggiuntivi oltre a quelli permanenti.

Per considerare la reale eccentricità della soletta rispetto alla piattabanda superiore della trave sono stati aggiunti dei legami di spazio rigido che simulano, di fatto, la presenza dei connettori considerati come infinitamente rigidi (Figura 3.15).

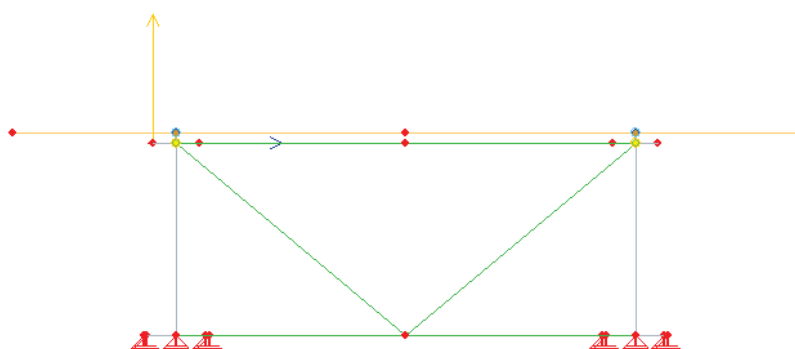


Figura 3. 15- Sezione trasversale modello a gusci con soletta

3.6.1 Analisi e risultati

Definito il modello con il guscio a una sola campata, è stata eseguita l'analisi statica al fine di valutare la deformata per peso proprio e verificare la corretta modellazione (Figura 3. 16).

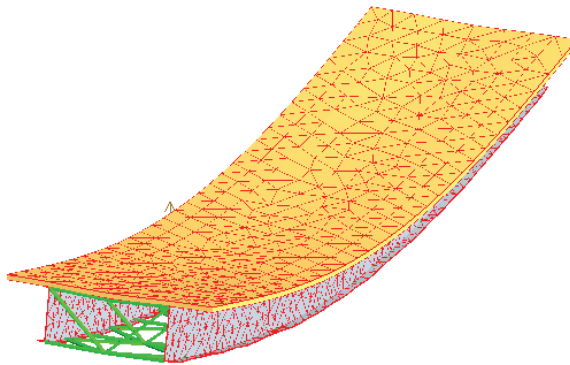


Figura 3. 16- Deformata peso proprio modello a gusci con soletta/una campata

In seguito è stata eseguita l'analisi modale.

Si riportano di seguito i risultati in termini di periodi e deformate modali corrispondenti.

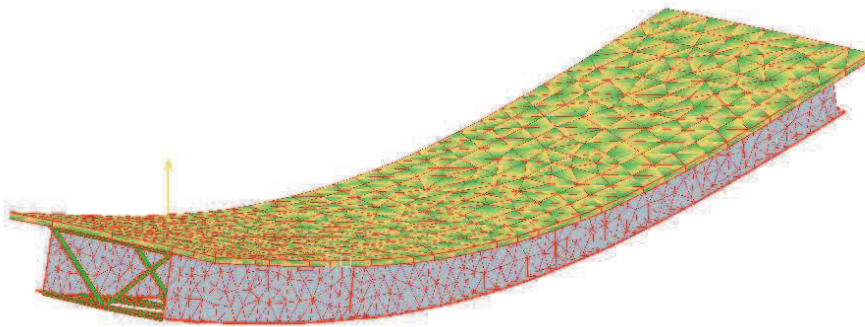


Figura 3. 17- Modo 1 $T_1=0.391$ sec

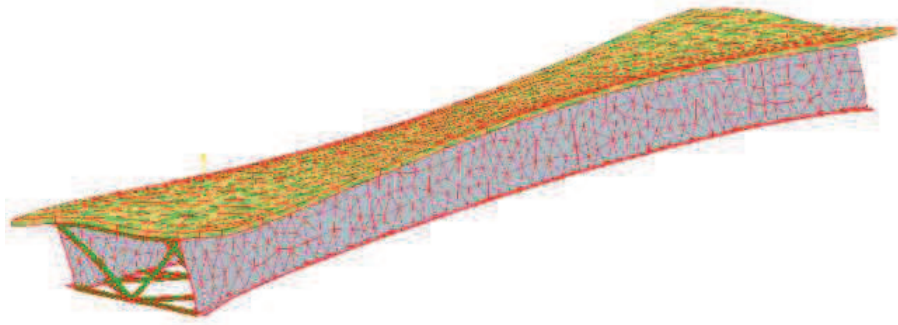


Figura 3. 18- Modo 2 $T_2=0.205$ sec

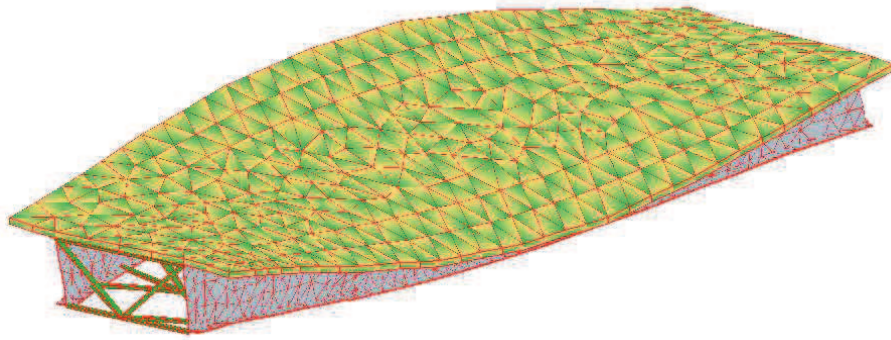


Figura 3. 19- Modo 3 $T_3=0.180$ sec

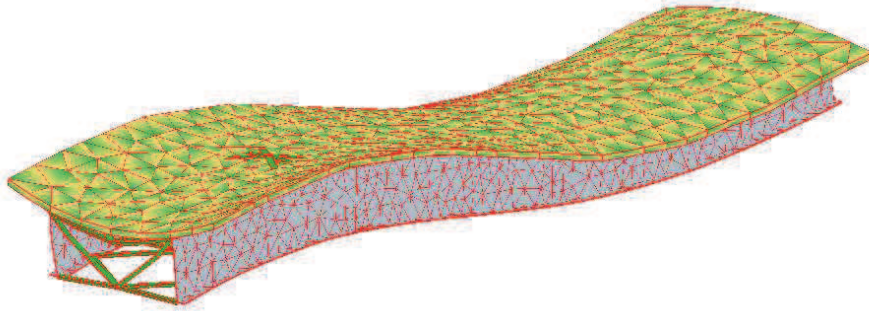


Figura 3. 20- Modo 4 $T_4=0.127$ sec

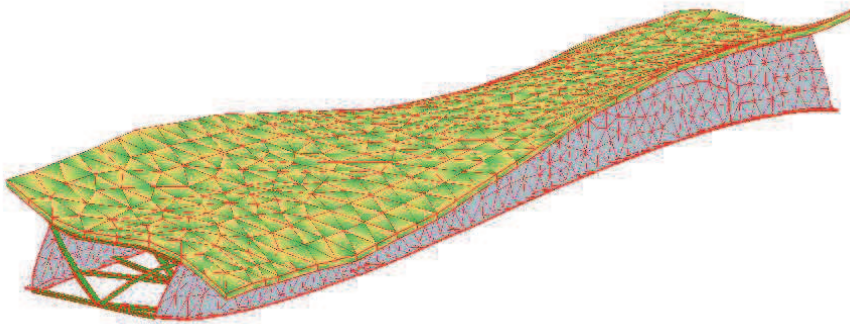


Figura 3. 21- Modo 5 $T_5=0.114$ sec

3.7 Analisi per azioni gravitazionali -Modello a trave di una campata con soletta

Il modello a trave equivalente con soletta è stato fatto analogamente inserendo legami di spazio rigido tra i nodi della trave e dei controventi (Figura 3. 22).

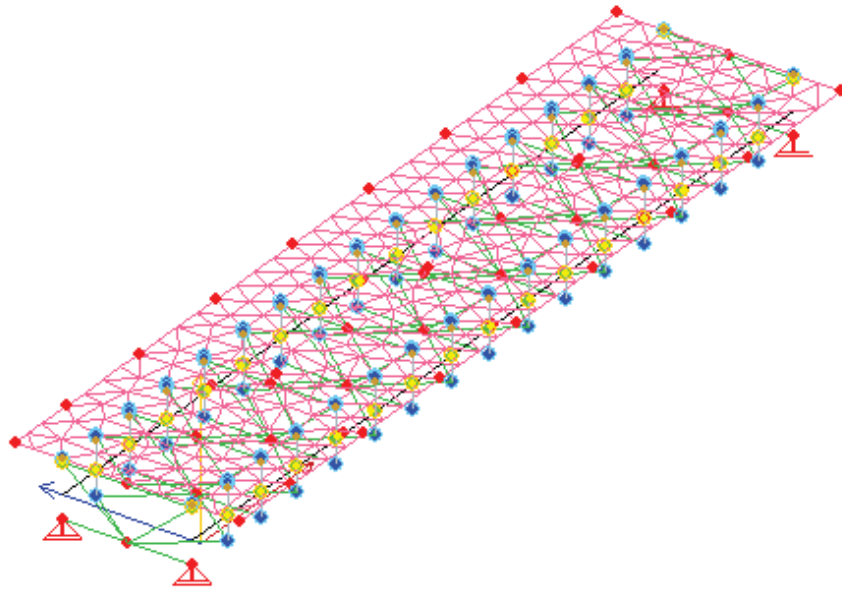


Figura 3. 22- Modello a trave equivalente una campata con soletta/una campata

Il particolare del legame a tre nodi è riportato di seguito nella sezione trasversale della Figura 3. 23:

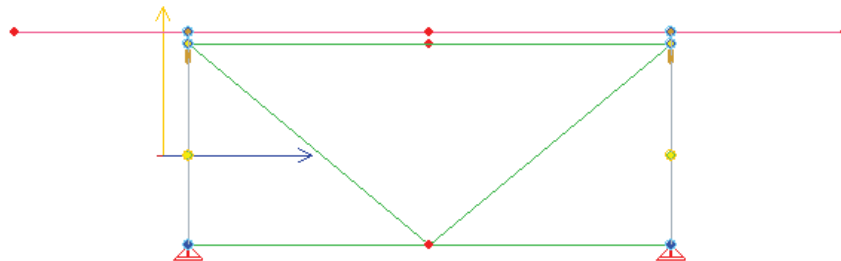


Figura 3. 23- Sezione trasversale modello a trave equivalente una campata con soletta

3.7.1 Analisi e risultati

Anche in questo caso, dopo aver impostato il modello, è stata eseguita l'analisi statica al fine di valutare la deformata per peso proprio e verificare la corretta modellazione (Figura 3. 24).

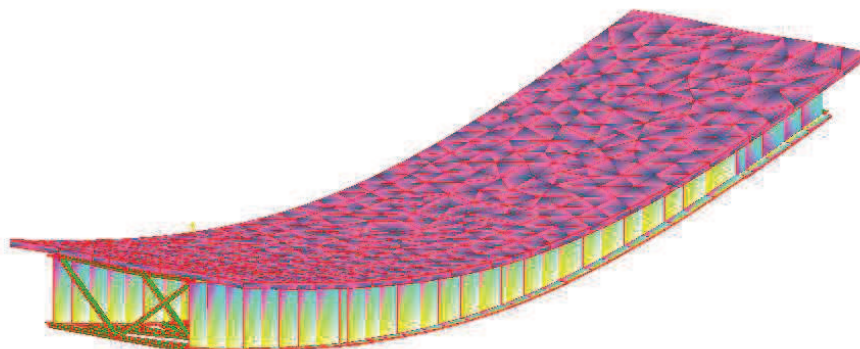


Figura 3. 24- Deformata peso proprio modello a trave equivalente una campata con soletta

L'analisi modale eseguita ha portato al raggiungimento dei seguenti risultati in termini di deformata modale:

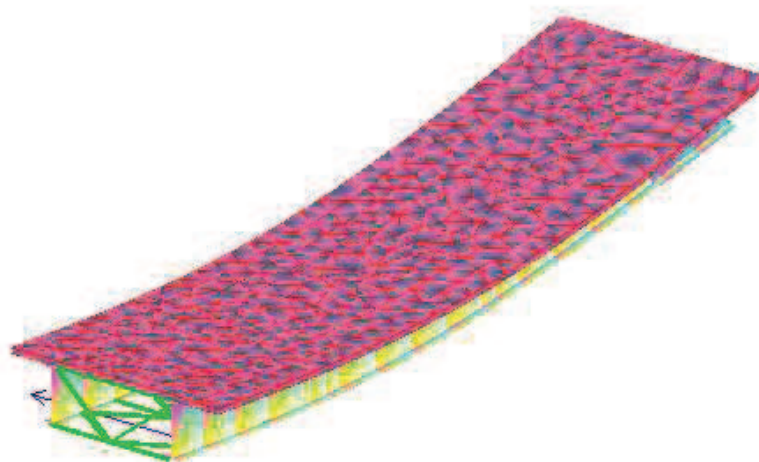


Figura 3. 25- Modo 1 $T_1=0.373$ sec

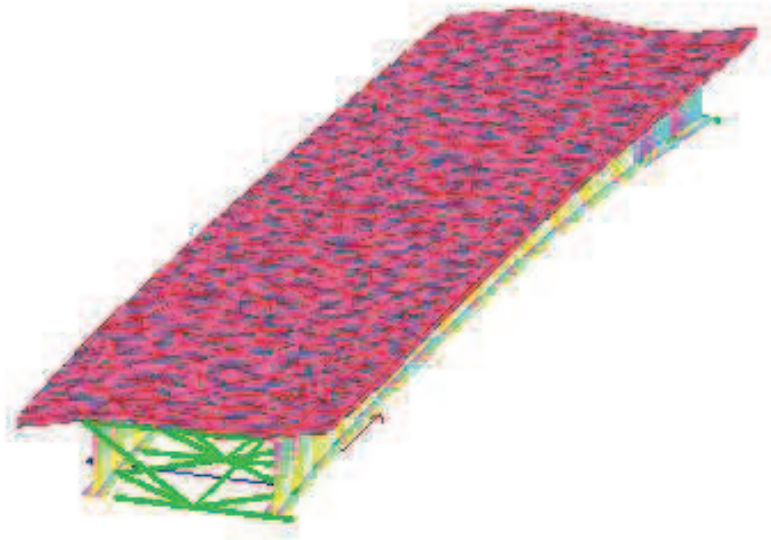


Figura 3. 26- Modo 2 $T_2=0.192$ sec

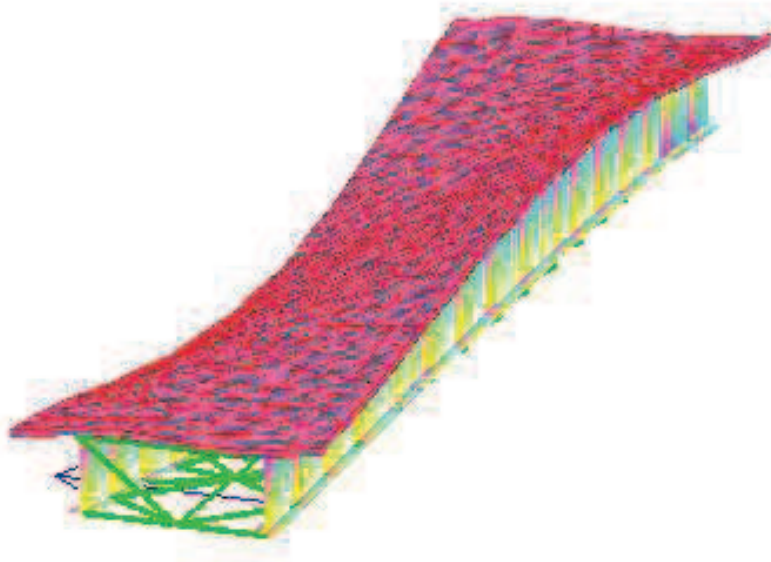


Figura 3. 27- Modo 3 $T_3=0.162$ sec

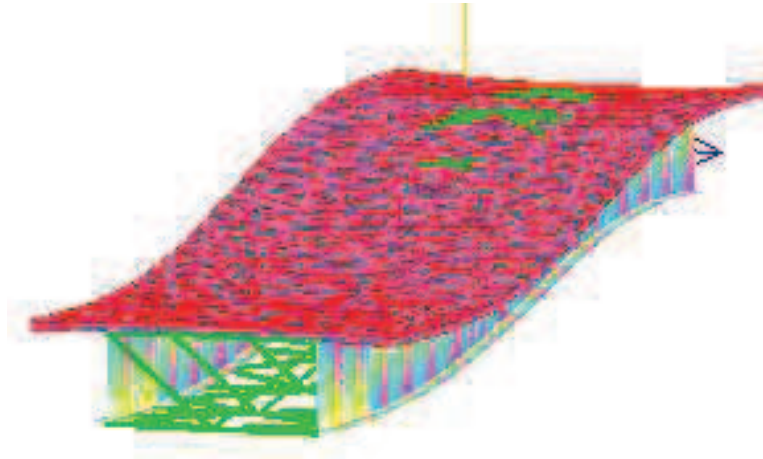


Figura 3. 28- Modo 4 $T_4=0.113$ sec

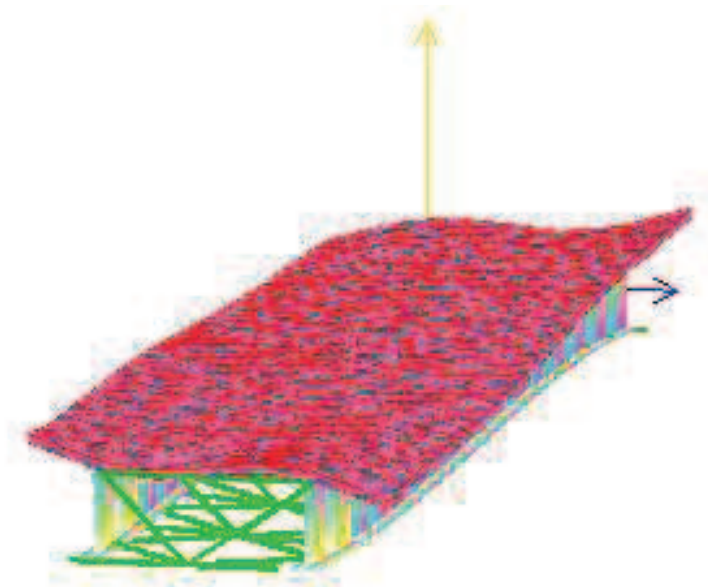


Figura 3. 29- Modo 5 $T_5=0.104$ sec

3.8 Confronto modelli F.E.M. di una campata con soletta: modello a gusci e a trave equivalente

Il confronto tra i due modelli presi ad esempio in fase di taratura è stato eseguito guardando i periodi e gli spostamenti massimi provocati da un sisma con direzione verticale in entrambi i modelli esposti nei paragrafi precedenti. Infatti, poiché i dispositivi antisismici presenti nella struttura reale si attivano solo per forze orizzontali, è stato possibile considerare in fase statica gli appoggi come fissi in direzione trasversale. Per tale motivo è stato necessario al fine di valutare spostamenti coerenti con l'effettivo comportamento dell'impalcato, considerare un sisma, come spettro di risposta, in direzione ortogonale all'impalcato.

Si riporta di seguito la tabella con il confronto dei primi 5 periodi tra modello a gusci e modello a trave equivalente:

	Modello a gusci	Modello a trave	
	T	T	$\Delta\%$
1	0.392	0.373	5%
2	0.206	0.192	4%
3	0.181	0.162	5%
4	0.127	0.113	4%
5	0.114	0.104	3%

Tabella 3. 6- Confronto periodi tra modello a gusci e modello a trave equivalente

La caratterizzazione sismica è stata fatta impostando dei valori random dei parametri sismici al fine di valutare spostamenti dell'ordine del centimetro. Si riportano di seguito i risultati ottenuti per condizione di carico azione sismica verticale S_z in corrispondenza del centro della baricentro della soletta. Dalle figure è possibile apprezzare anche il reticolo di triangoli creato dalla mesh sulla soletta (Figura 3. 30, Figura 3. 29, Figura 3. 31).

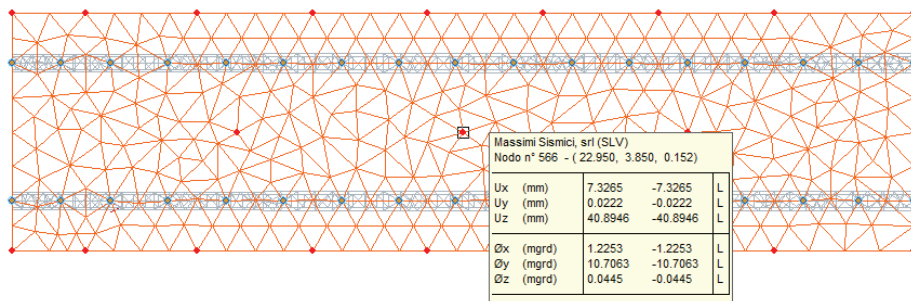


Figura 3. 30- Modello a gusci Uz=40.9 mm

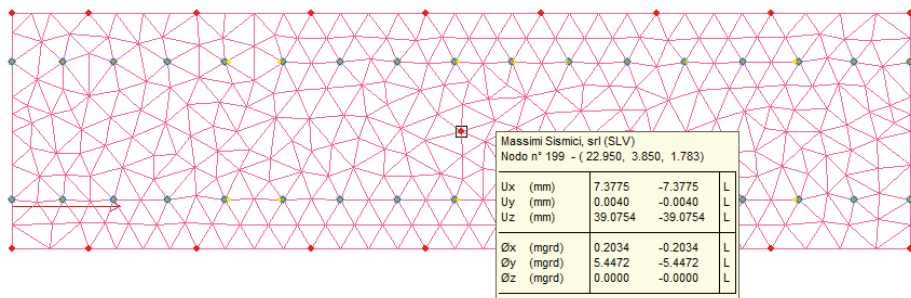


Figura 3. 31- Modello a trave Uz=39.1 mm

La distribuzione degli spostamenti lungo alcuni punti di riferimento dell'asse longitudinale della soletta è riportata di seguito (Tabella 3. 7- *Confronto spostamenti massimi modello a gusci e modello a trave equivalente*).

I punti di controllo considerati sono posti a $L/4$, $L/2$ e $3L/4$.

Si riporta anche un confronto più immediato tramite un grafico di spostamenti.

		modello gusci [mm]	modello a travi [mm]
L/4	U _x	8.1	8.2
L/2	U _x	7.3	7.4
3L/4	U _x	6.6	6.6
L/4	U _y	0.0	0.0
L/2	U _y	0.0	0.0
3L/4	U _y	0.0	0.0
L/4	U _z	30.1	28.4
L/2	U _z	40.9	39.1
3L/4	U _z	27.8	26.9

Tabella 3. 7- Confronto spostamenti massimi modello a gusci e modello a trave equivalente/una campata

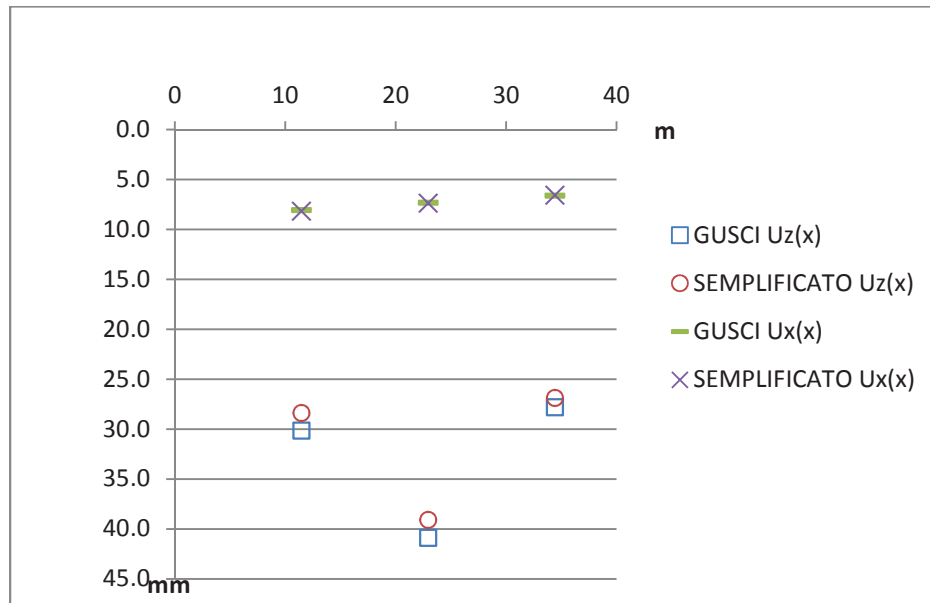


Figura 3. 32- Confronto spostamenti massimi modello a gusci e modello a trave equivalente

Interessante è anche il confronto tra le masse partecipanti dei due modelli riportati nella Tabella 3. 8 e Tabella 3. 9.

n°	T [sec]	x	y	z
1	0.39	6	0	76
2	0.21	0	61	0
3	0.18	0	36	0
4	0.13	24	0	1
12	0.085	31	0	0
		61	97	77

Tabella 3. 8- Masse partecipanti significative modello a gusci

n°	T [sec]	x	y	z
1	0.37	7	0	75
2	0.19	0	95	0
4	0.11	40	0	2
16	0.07	28	0	0
		75	95	77

Tabella 3. 9- Masse partecipanti significative modello a trave equivalente

Si sottolinea che il confronto non è stato fatto sui singoli spostamenti modali. Infatti, anche se scalati rispetto a una costante la risposta della struttura sarà data dalla combinazione dei picchi massimi di ogni oscillatore elementare e risulterà significativo dunque il confronto della risposta massima della struttura (che è una combinazione dei picchi massimi modali) per dato valore di sisma.

Come è possibile apprezzare il modello a trave equivalente nel caso di unica campata risulta moderatamente più rigido rispetto al modello a gusci. Quest'ultimo presenta spostamenti e periodi di circa il 4% più elevati rispetto al modello a trave equivalente.

Questa differenza nasce sostanzialmente dalla presenza, nel modello a travi, di legami di spazio rigido tra le briglie, i traversi e la linea d'asse della trave; nel modello a gusci invece, così come nella realtà, gli elementi irrigidenti quali i traversi e i controventi di piano non sono connessi alla trave rigidamente ma sono collegati tramite la rigidezza effettiva dell'anima.

3.9 *Modello a gusci del viadotto Molona su appoggi fissi*

La modellazione del viadotto oggetto di studio è stata fatta considerando una lunghezza totale reale pari a 265 m ripartita in 5 campate rispettivamente da (45+55+75+55+35)m. Le dimensioni delle travi, come riportato nel paragrafo §1.2.1, sono variabili.

La larghezza della soletta considerata è di 12,00 m in cui gli sbalzi a partire dall'asse della trave risultano di 2,50 m (paragrafo §1.2).

Considerando l'effettivo schema di vincolo in fase statica (paragrafo §1.4) si è implementato il modello agli elementi finiti come nell'esempio a una campata (paragrafo §3.3.6) tramite elementi gusci piani per le travi e la soletta e elementi beam per i traversi e i controventi di piano (Figura 3. 33- *Modello a gusci viadotto Molona*).

Al fine di ridurre i tempi di calcolo la soletta in calcestruzzo è stata modellata come suddivisa in 5 gusci piani uniti tra loro.

Quest' accortezza consente di ridurre notevolmente i tempi di calcolo del solutore. Infatti, le matrici caratteristiche degli elementi gusci in tal caso sono di rango minore poiché ciascun elemento guscio consta di meno gradi di libertà rispetto a un'unica soletta di dimensioni maggiori.

Il solutore dunque “preferisce” elaborare più operazioni (ad esempio inversioni di matrici) di dimensioni ridotte piuttosto che un’unica operazione con un numero d’incognite maggiore. La continuità della soletta sarà poi garantita dalle condizioni al contorno sui punti fissi di unione di ogni singolo campo di soletta.

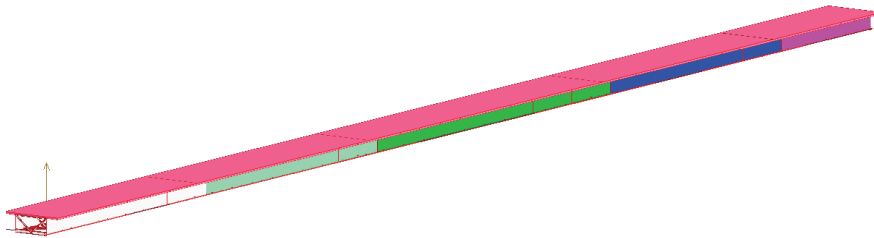


Figura 3. 33- Modello a gusci viadotto Molona

Agli elementi gusci è stata applicata l’operazione di condensazione statica per limitare il rango delle matrici, mentre i parametri che definiscono la meshatura su ASCad32 sono stati così definiti:

<p>Meshatura su gusci travi</p>	<ul style="list-style-type: none"> • Limitazione area su elementi della mesh in valore di $0,3 \text{ m}^2$ su tutto l’elemento; • Limita angolo minimo 30°; • Punti fissi segmenti 1.00 mm; • Punti fissi vertici 2.00 mm; • Generica 0.1 mm.
<p>Meshatura su gusci soletta</p>	<ul style="list-style-type: none"> • Limitazione area su elementi della mesh in valore di $1,5 \text{ m}^2$ su tutto l’elemento; • Limita angolo minimo 30°.

3.9.1 Condizioni di carico

Le condizioni di carico considerate sono:

- Peso proprio elementi strutturali: travi in acciaio, controventi di piano, traversi, soletta in calcestruzzo (intensità del carico indicata nel paragrafo §1.3);
- Peso permanente portato: guard-rail, manto bituminoso, cordolo di estremità (intensità del carico indicata nel paragrafo § 1.3).

N.B.: I carichi del guard-rail e del cordolo sono stati applicati come forze concentrate sui 49 nodi posti sul bordo esterno della soletta.

3.9.2 Risultati analisi statica

L'analisi statica condotta per peso proprio è stata effettuata al fine di ricavare le reazioni per peso proprio. Si riportano di seguito a titolo di esempio le reazioni vincolari agli appoggi della travata 1:

		TRAVATA 1		
		Fx [ton]	Fy [ton]	Fz [ton]
appoggio 1	six	0	-1.6	0
	cen	0	-1.0	91.3
	dex	0	1.9	0
appoggio 2	six	0	-16.4	0.2
	cen	0	5.6	268.4
	dex	0	23.1	0.1
appoggio 3	six	0	-37.1	0.4
	cen	0	7.1	377.6

appoggio 4	dex	0	47.4	0.2
	six	0	-35.5	0.5
	cen	-1.3	7.4	386.7
	dex	0	51.0	0.2
appoggio 5	six	0	-12.2	0.2
	cen	0	4.2	235.8
	dex	0	17.1	0.1
appoggio 6	six	0	-2.78	0
	cen	0	1.2	65.9
	dex	0	1.0	0

Tabella 3. 10- Reazioni vincolari travata 1

Successivamente è stata osservata attentamente la deformata per peso proprio al fine di verificare la corretta modellazione (Figura 3. 34).

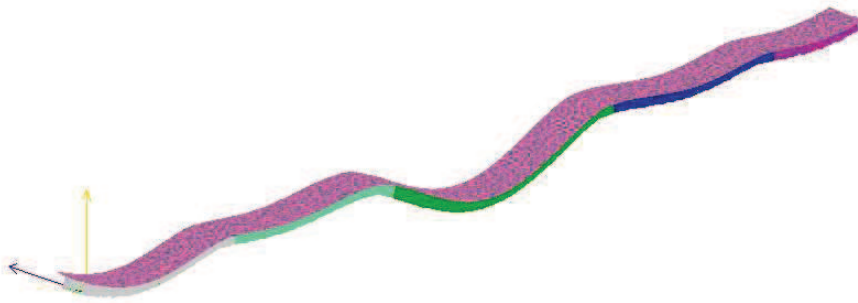


Figura 3. 34- Deformata per peso proprio

3.9.3 Risultati analisi modale

L'analisi modale eseguita sul modello a gusci, vincolato in virtù dello schema statico, ha potuto rilevare le seguenti prime 6 deformate modali:

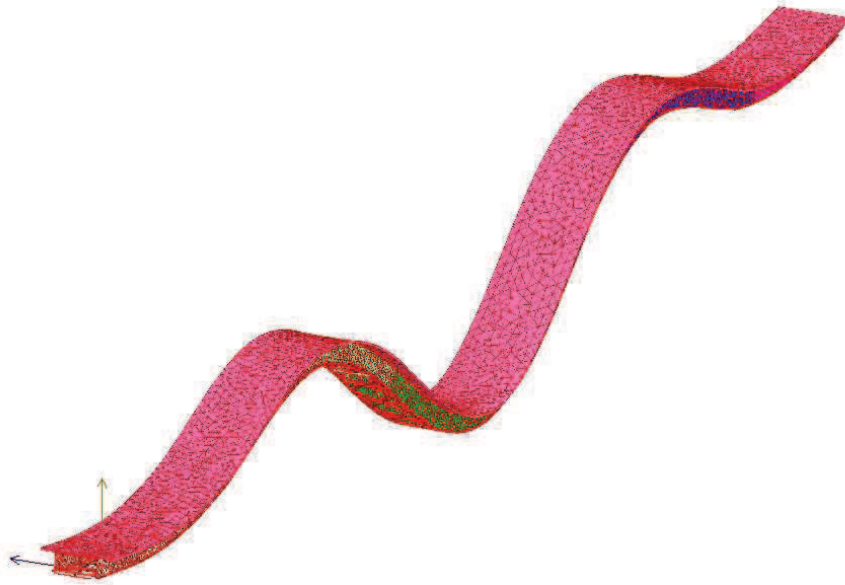


Figura 3. 35- Modo 1 $T_1=0.659$ sec



Figura 3. 36- Modo 2 $T_2=0.417$ sec



Figura 3. 37- Modo 3 $T_3=0.363$ sec

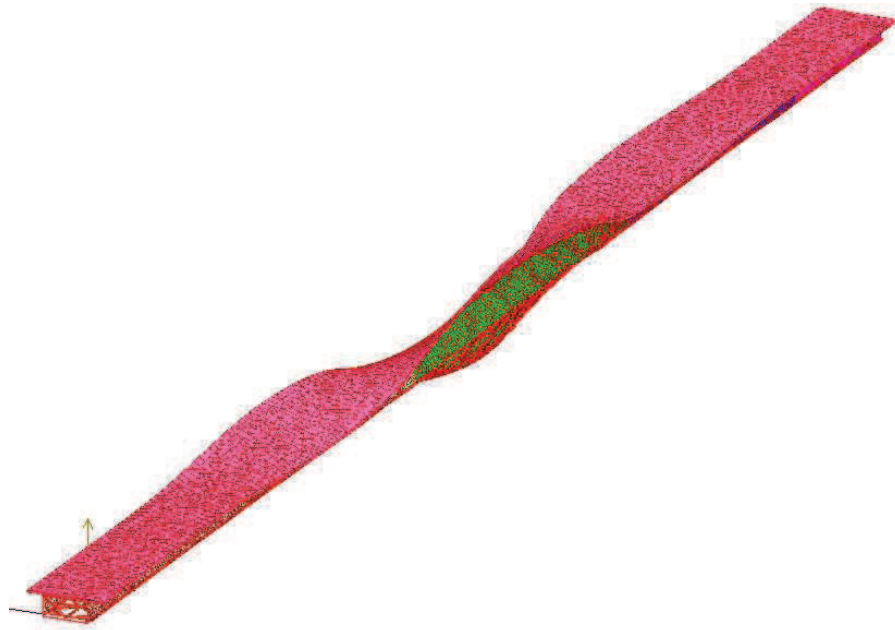


Figura 3. 38-Modo 4 $T_4=0.328$ sec

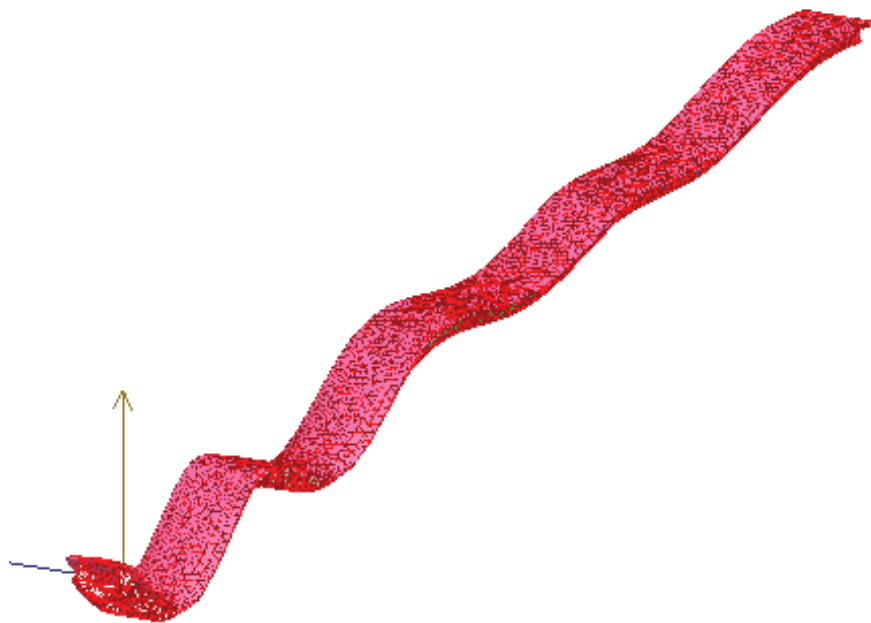


Figura 3. 39- Modo 5 $T_5=0.290$ sec



Figura 3. 40-Modo 6 $T_6=0.267$ sec

Si riporta la tabella riassuntiva riportante i primi 6 periodi e frequenze ottenute dal modello:

MODELLO A GUSCI con appoggi fissi

	T [sec]	f [Hz]	Modo
1	0.659	1.517	VER
2	0.417	2.398	VER
3	0.362	2.762	VER
4	0.328	3.049	TOR
5	0.290	3.448	VER
6	0.267	3.745	TOR

Tabella 3. 11- Periodi e frequenze modello F.E.M a gusci con appoggi fissi

3.10 *Modello a trave equivalente del viadotto Molona su appoggi fissi*

Lo stesso viadotto, così come fatto nei primi esempi sulla sola campata, è stato modellato in maniera duale tramite un modello a trave equivalente assegnando opportunatamente tutte le sezioni di progetto agli elementi tipo beam.

Considerando l'effettivo schema di vincolo in fase statica (paragrafo §1.4), quindi, si è implementato il modello agli elementi finiti tramite elementi beam per le travi in acciaio, traversi e i controventi di piano, mentre elementi guscio piano per la soletta in calcestruzzo (Figura 3.41).

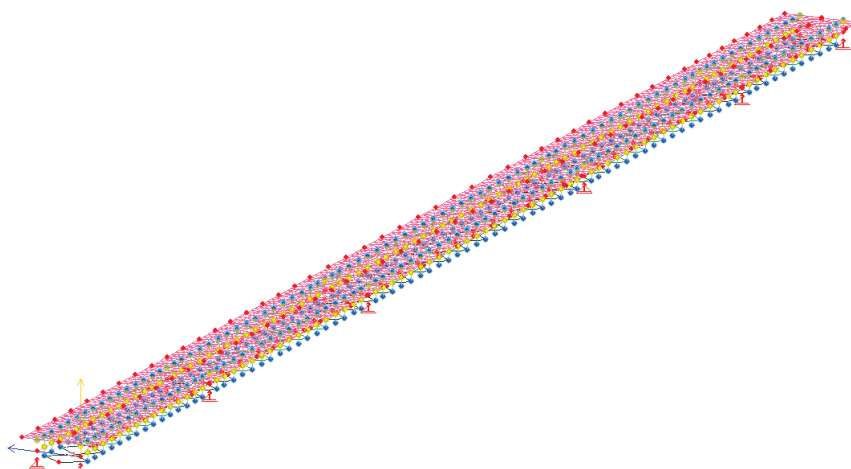


Figura 3. 41- Modello a trave equivalente viadotto Molona

Agli elementi gusci della soletta anche in questo caso è stata applicata l'operazione di condensazione statica per limitare il rango delle matrici, mentre i parametri che definiscono la meshatura su ASCad32 sono stati così definiti:

Meshatura su gusci soletta	<ul style="list-style-type: none"> • Limitazione area su elementi della mesh in valore di 1,5 m² su tutto l'elemento; • Limita angolo minimo 30°.
----------------------------	--

3.10.1 Condizioni di carico

Le condizioni di cariche considerate sono le medesime del modello a gusci esposto nel paragrafo precedente:

- Peso proprio elementi strutturali: travi di acciaio, controventi di piano, traversi, soletta in calcestruzzo (intensità del carico indicata nel paragrafo §1.3);
- Peso permanente portato: guard-rail, manto bituminoso, cordolo di estremità (intensità del carico indicata nel paragrafo §1.3).

N.B.: I carichi del guard-rail e del cordolo sono stati applicati come forze concentrate sui 49 nodi posti sul bordo esterno della soletta.

3.10.2 Risultati analisi statica

L'analisi statica condotta per peso proprio è stata compiuta al fine di ricavare le reazioni per peso proprio. Si riportano di seguito le reazioni vincolari degli appoggi della travata 1:

TRAVATA 1			
	Fx [ton]	Fy [ton]	Fz [ton]
appoggio 1	0.0	0.0	92.2
appoggio 2	0.0	0.0	266.1

appoggio 3	0.0	0.1	381.2
appoggio 4	-0.1	0.0	390.1
appoggio 5	0.0	0.0	231.6
appoggio 6	0.0	0.0	66.6

Tabella 3. 12- Reazioni vincolari travata 1

In seguito è stata osservata attentamente la deformata per peso proprio al fine di verificare la corretta modellazione (Figura 3. 42).

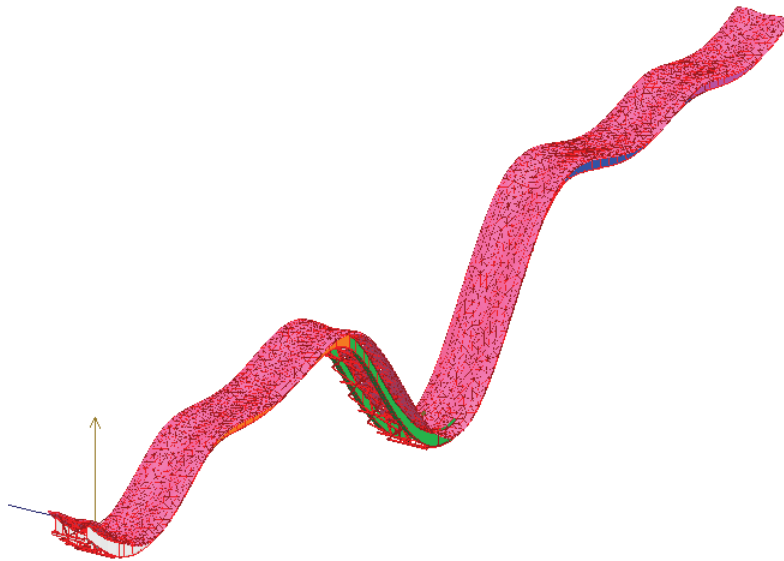


Figura 3. 42- Deformata per peso proprio modello a travi equivalenti

3.10.3 Risultati analisi modale

L'analisi modale eseguita sul modello a travi equivalenti, mostra le seguenti prime 6 deformate modali:

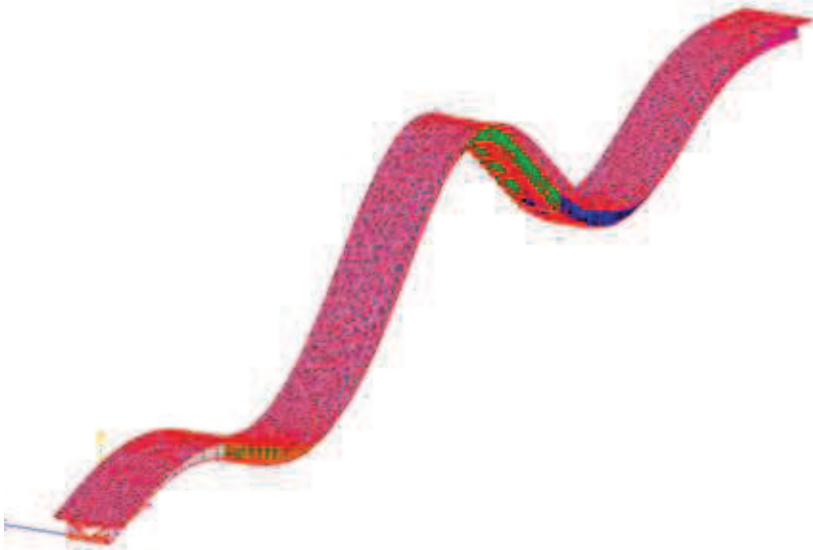


Figura 3. 43-Modo 1 $T_1=0.660$ sec

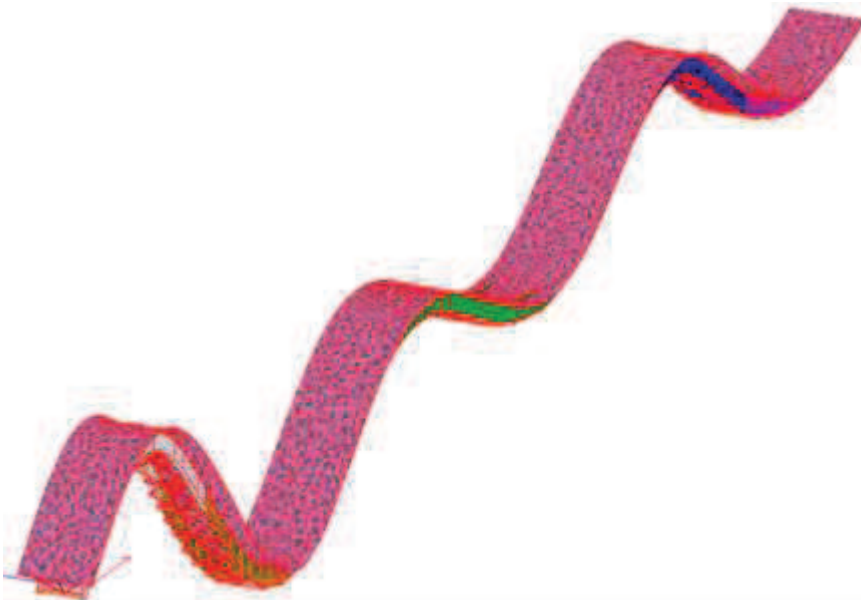


Figura 3. 44- Modo 2 $T_2=0.400$ sec

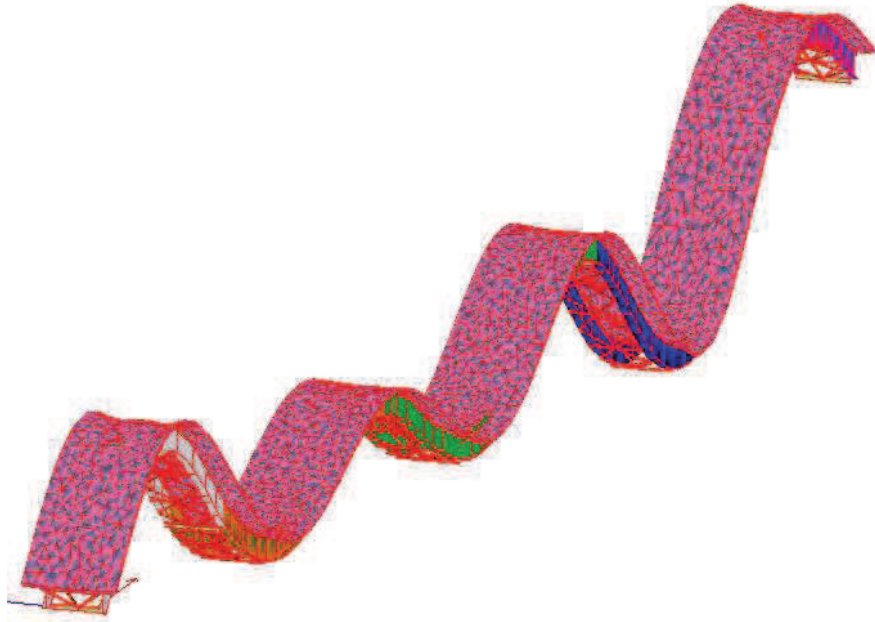


Figura 3. 45- Modo 3 $T_3=0.334$ sec

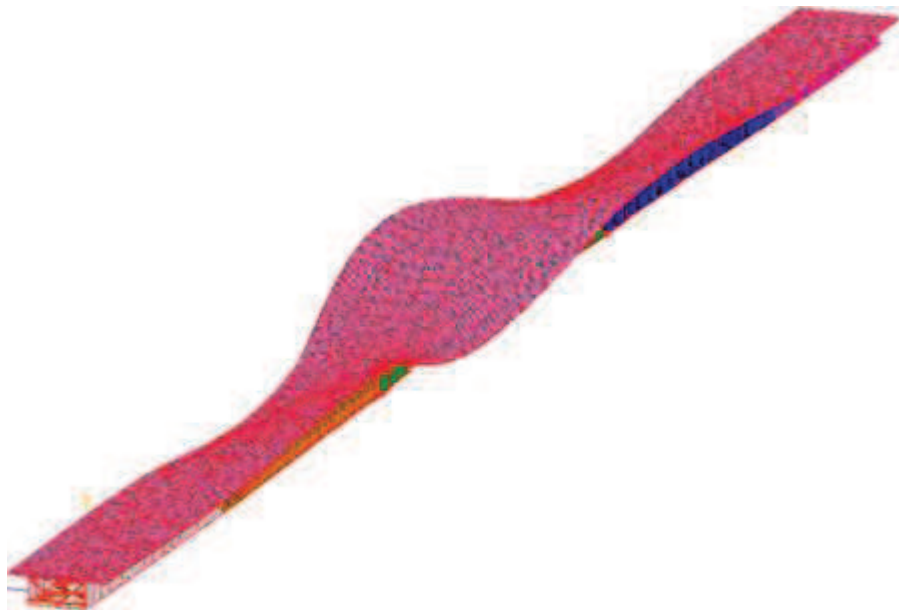


Figura 3. 46- Modo 4 $T_4=0.300$ sec

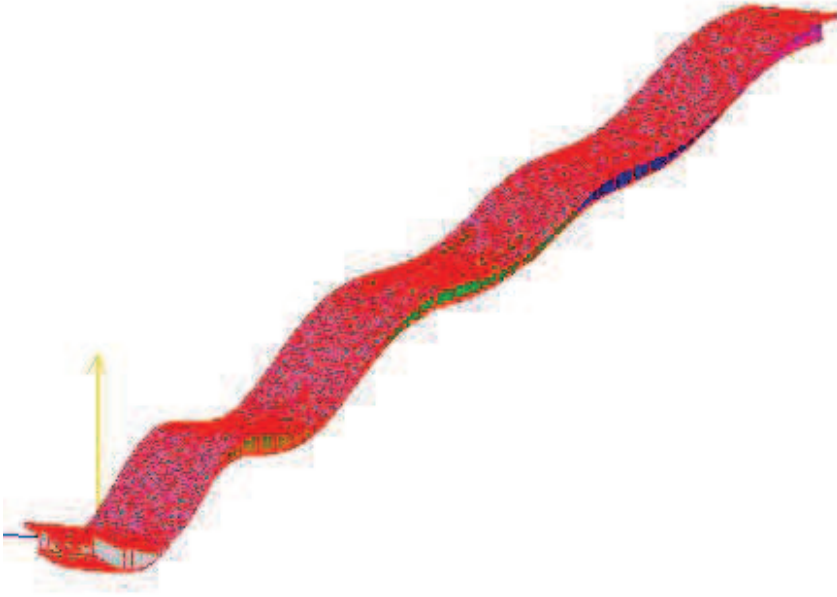


Figura 3. 47- Modo 5 $T_5=0.259$ sec

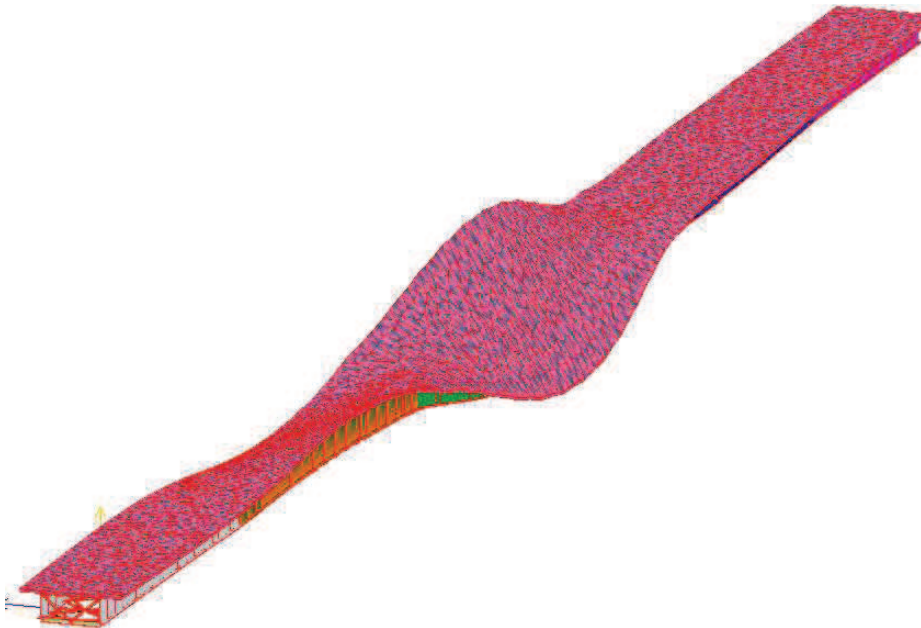


Figura 3. 48- Modo 6 $T_6=0.252$ sec

Si riporta la tabella riassuntiva con i primi 6 periodi e frequenze ottenute dal modello:

MODELLO A TRAVI con appoggi fissi			
	T [sec]	f [Hz]	Modo
1	0.660	1.515	VER
2	0.400	2.500	VER
3	0.334	2.994	VER
4	0.300	3.333	TOR
5	0.259	3.861	VER
6	0.252	3.968	TOR

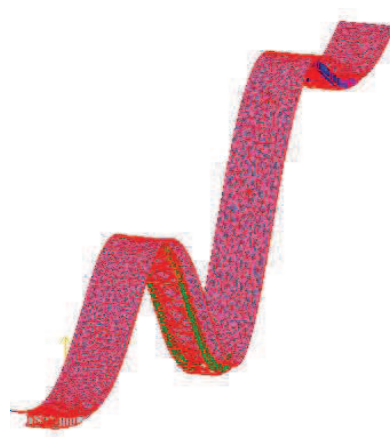
Tabella 3. 13- Periodi e frequenze modello F.E.M a trave con appoggi fissi

3.11 Confronto modello a gusci con modello a trave del viadotto Molona su appoggi fissi

Il modello in cui le travi sono assimilate a più unioni di elementi guscio è senz'altro quello più aderente alla realtà; per questo, al fine di verificare l'attendibilità del modello a travi equivalente, sono state confrontati i periodi e le deformate modali di entrambi i modelli. Si riportano di seguito le figure di confronto delle deformate modali tra il modello a gusci e il modello a trave del viadotto Molona:

a) MODELLO A GUSCI

b) MODELLO A TRAVE



Modo 1 $T_1=0.659$ sec

Modo 1 $T_1=0.660$ sec

Figura 3. 49-Modello gusci VS modello a trave equivalente su app. fisso



Modo 2 $T_2=0.417$ sec

Modo 2 $T_2=0.400$ sec

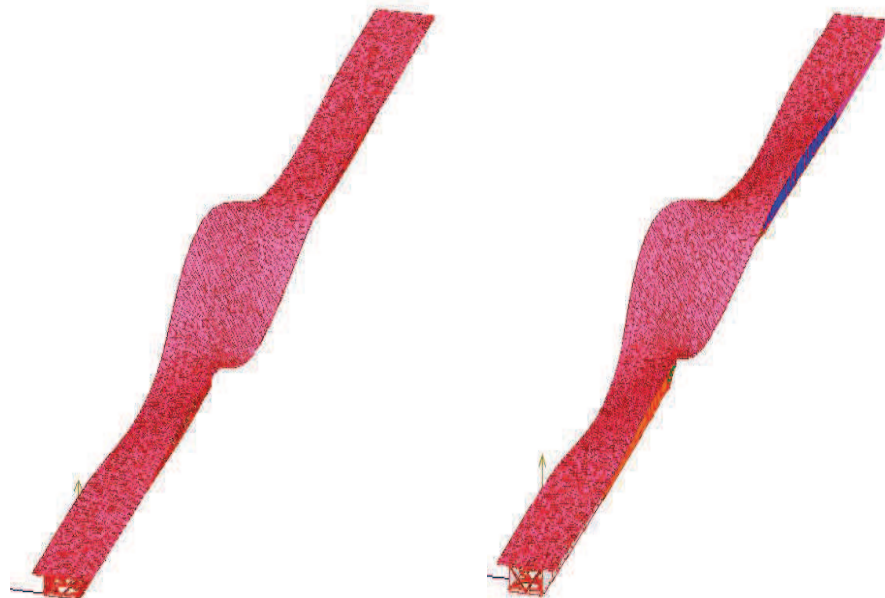
Figura 3. 50-Modello gusci VS modello a trave equivalente su app. fisso



Modo 3 $T_3=0.362$ sec

Modo 3 $T_3=0.334$ sec

Figura 3. 51-Modello gusci VS modello a trave equivalente su app. fisso



Modo 4 $T_4=0.328$ sec

Modo 4 $T_4=0.300$ sec

Figura 3. 52-Modello gusci VS modello a trave equivalente su app. fisso

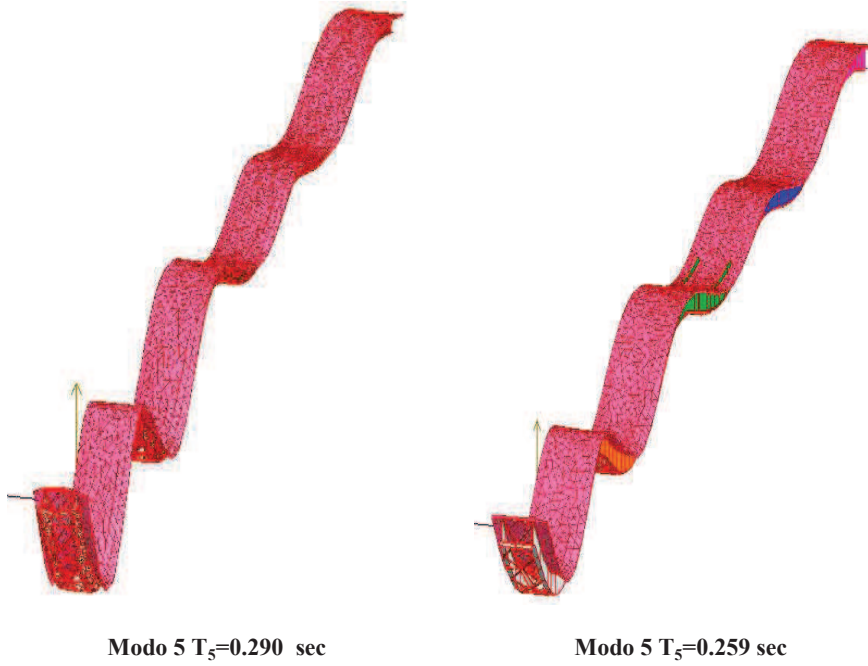


Figura 3. 53-Modello gusci VS modello a trave equivalente su app. fisso

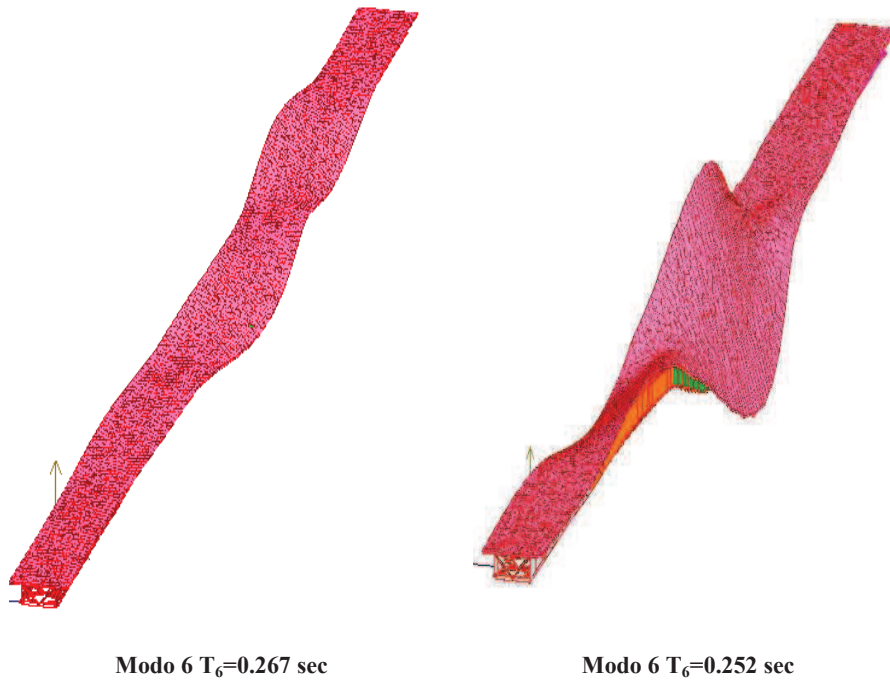


Figura 3. 54-Modello gusci VS modello a trave equivalente su app. fisso

Si riporta di seguito la tabella con il confronto dei primi 6 periodi tra modello a gusci e modello a trave equivalente del viadotto Molona su appoggi fissi:

	M.Gusci app. fissi	M.Travi app. fissi	Err %
	T [sec]	T [sec]	
1	0.659	0.660	0%
2	0.417	0.400	3%
3	0.362	0.334	4%
4	0.328	0.300	4%
5	0.290	0.259	5%
6	0.267	0.252	2%

Tabella 3. 14- Confronto periodi tra modello a gusci su app. fisso

La distribuzione degli spostamenti lungo alcuni punti di riferimento dell'asse longitudinale della soletta è riportata di seguito (Tabella 3. 15).

I punti di controllo considerati sono posti a $L/4$, $L/2$ e $3L/4$.

Si riporta anche un confronto più immediato tramite un grafico di spostamenti.

	M.Gusci app. fissi	M. Travi app. fissi
	Uz(x) [mm]	Uz(x) [mm]
L/4	31	28
L/2	36	34
3L/4	28	26

Tabella 3. 15- Confronto spostamenti massimi modello a gusci e modello a trave equivalente su app. fisso

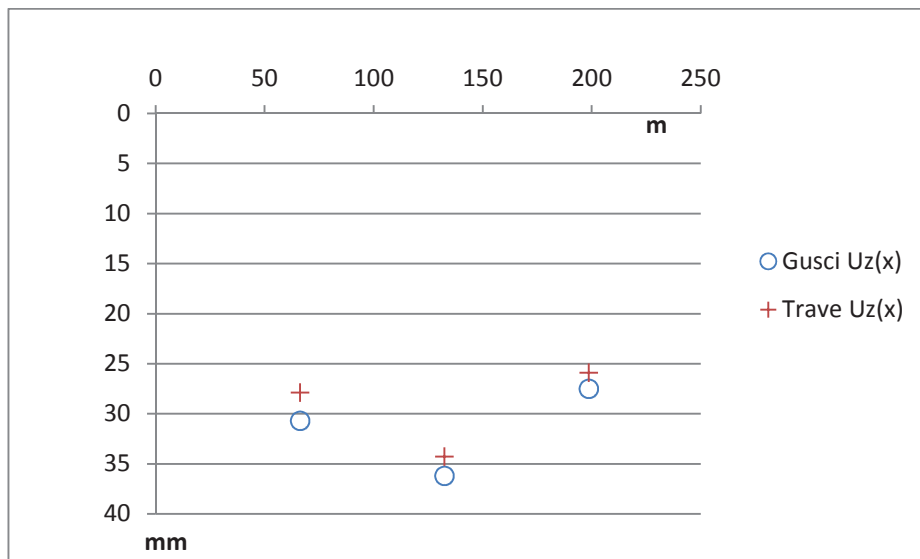


Figura 3. 55- Confronto spostamenti massimi modello a gusci e modello a trave equivalente su app. fisso

3.12 Modello a gusci del viadotto Molona su pile

3.12.1 Modellazione F.E.M. delle pile

La presenza delle pile rende la struttura più flessibile; infatti, queste nel modello presentato di seguito, sostituiscono gli appoggi fissi con la loro massa e rigidezza. La geometria delle pile di cui si rimanda alla tavola allegata “Fondazioni ed elevazioni PILA “X” Carpenteria zattera ed elevazione”, è riassunta sinteticamente nella Tabella 3. 16 e nella Figura 3. 56.

Pila	Altezza [m]
1	13.5
2	12.3
3	12.3
4	6.3

Tabella 3. 16- Altezza pile

L'altezza delle pile riportata comprende lo spessore del pulvino di 1,80 m fino al bordo superiore della zattera di fondazione (a titolo di esempio si riporta un estratto dell'esecutivo della pila 1 in Figura 3.57).

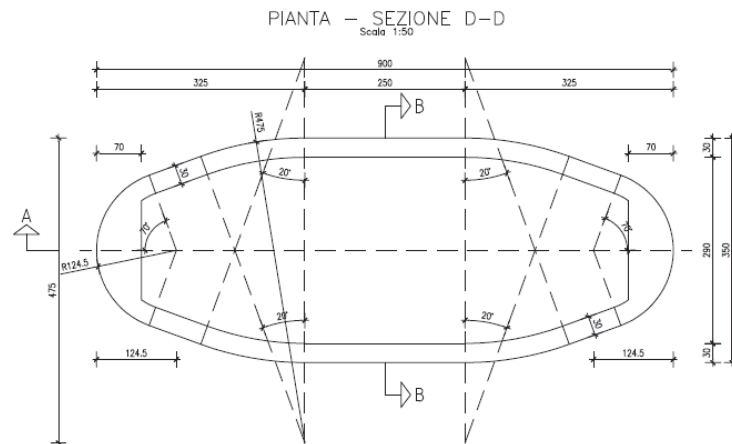


Figura 3. 56-Pianta pila tipo

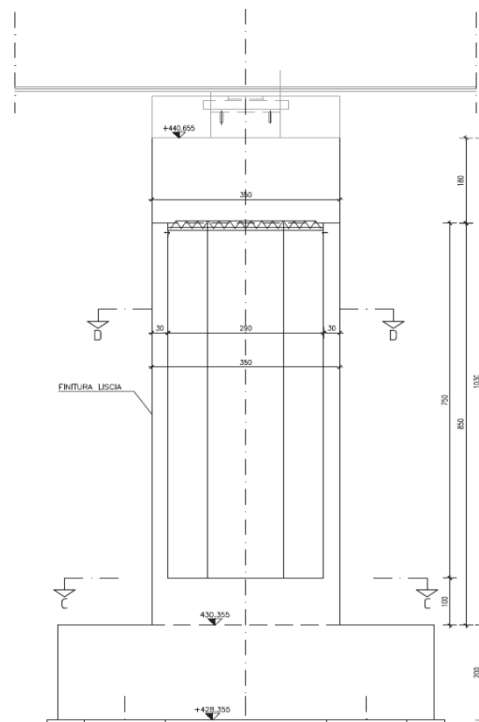


Figura 3. 57-Sezione trasversale pila 1

La modellazione degli elementi pila è stata eseguita sul software ASCad32 mediante elementi beam mentre le spalle sono state considerate come vincoli perfetti tipo carrello longitudinale e libertà rotazionale intorno all'asse y (asse diretto lungo la direzione del bordo con dimensione minore della soletta).

Le aste costituenti le pile, essendo presente una zattera di fondazione rigida bloccata al terreno con pali di fondazione, sono stata vincolate alla base con incastro perfetto.

In testa invece si è introdotto un legame di spazio rigido a tre nodi con i baggioli (modellati come aste). Ai nodi di base delle “aste baggioli” è stata introdotta una sconnessione atta a simulare l’opportuna condizione di vincolo di ogni appoggio.

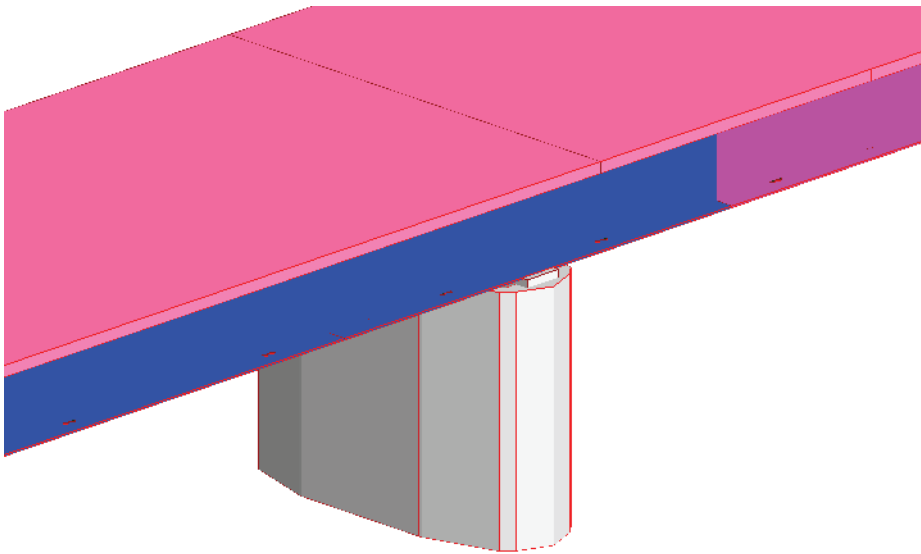


Figura 3. 58-Vista estrusa dettaglio pila

Si riporta il modello del viadotto Molona a gusci con pile implementato con ASCad32:

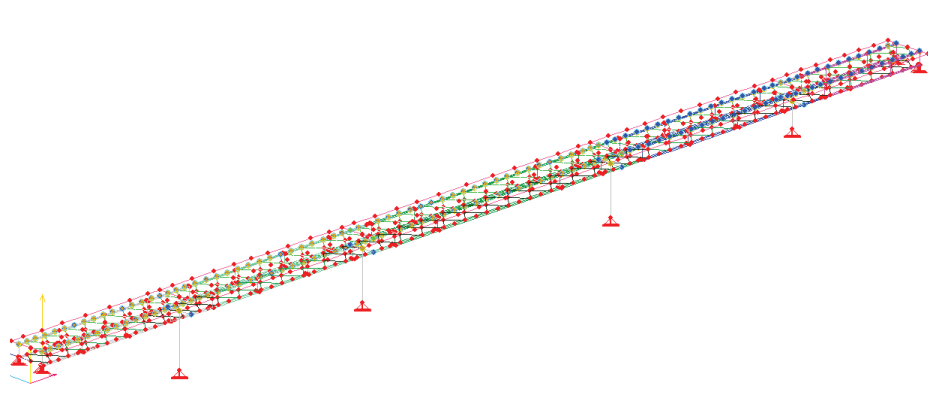


Figura 3. 59-Modello F.E.M a gusci viadotto Molona

3.12.2 Risultati analisi statica

L'analisi statica condotta per peso proprio è stata eseguita al fine di ricavare le reazioni per peso proprio. Si riportano di seguito a titolo di esempio le reazioni vincolari F_x , F_y , F_z :

	F_x [ton]	F_y [ton]	F_z [ton]	M_x [ton·m]
Spalla 1	0	-0.8	91.5	0
Pila 1	0	-0.2	766.7	4.9
Pila 2	0	0.1	966.2	-2.1
Pila 3	0	-0.2	982.5	1.6
Pila 4	0	0.1	578.7	-0.7
Spalla 2	0	1.3	66.8	6.3

Tabella 3. 17- Reazioni vincolari travata 1

Successivamente è stata osservata attentamente la deformata per peso proprio al fine di verificare la corretta modellazione (Figura 3. 60).

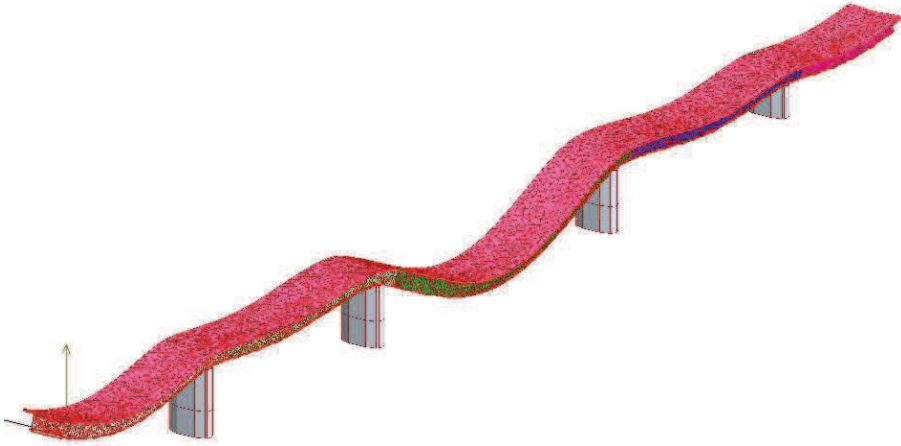


Figura 3. 60- Deformata per peso proprio modello a gusci su pile del viadotto Molona

3.12.3 Risultati analisi modale

L'analisi modale eseguita sul modello a gusci, vincolato in virtù dello schema statico, ha permesso di rilevare i modi di vibrare dell'impalcato. Si riportano a titolo di esempio le prime 5 deformate modali:

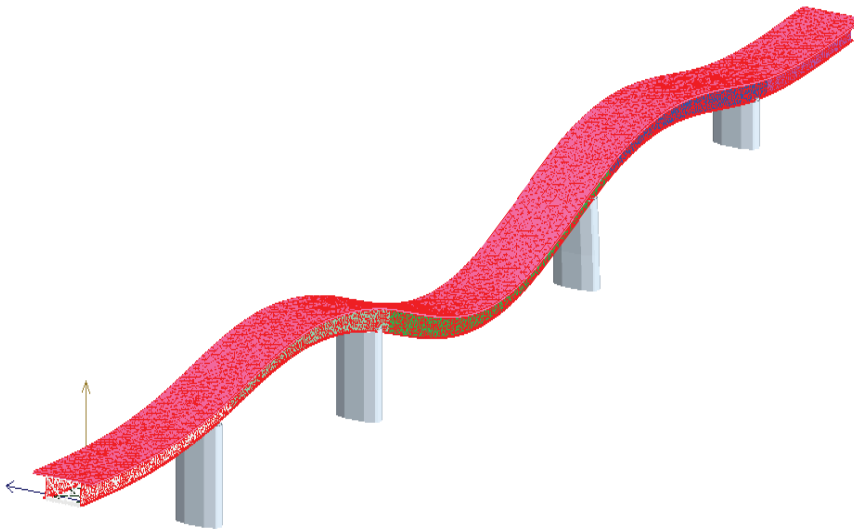


Figura 3. 61- Modo 1 $T_1=0.682$ sec

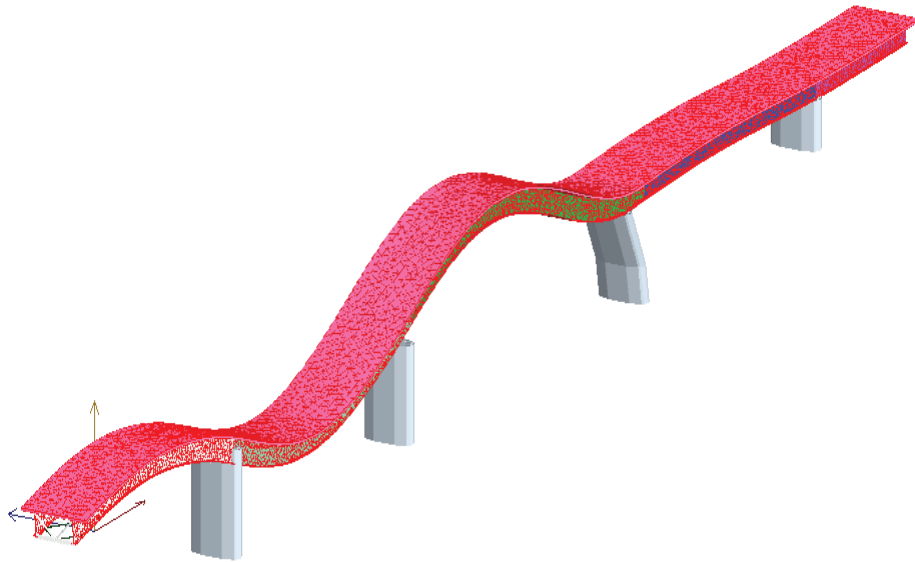


Figura 3. 62- Modo 2 $T_2=0.536$ sec

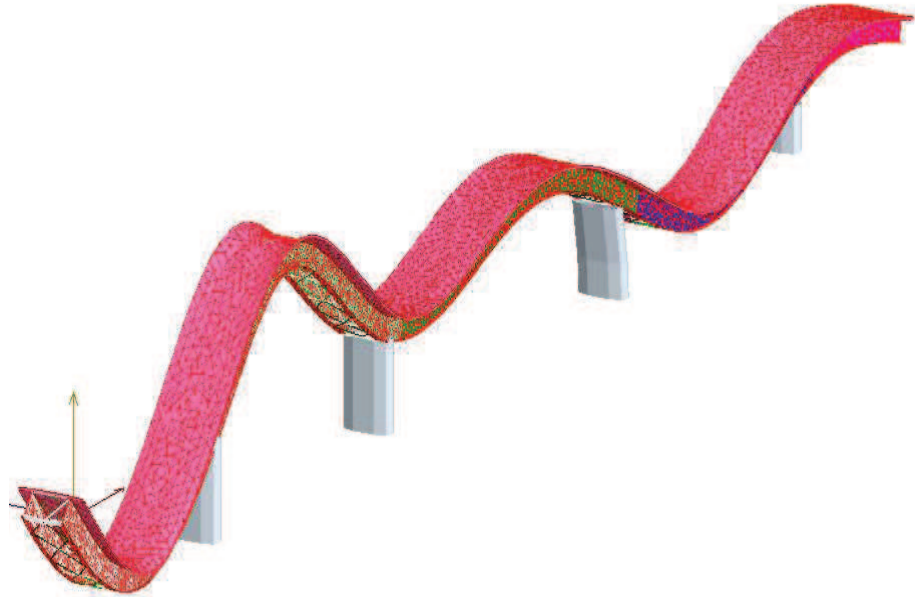


Figura 3. 63- Modo 3 $T_3=0.411$ sec

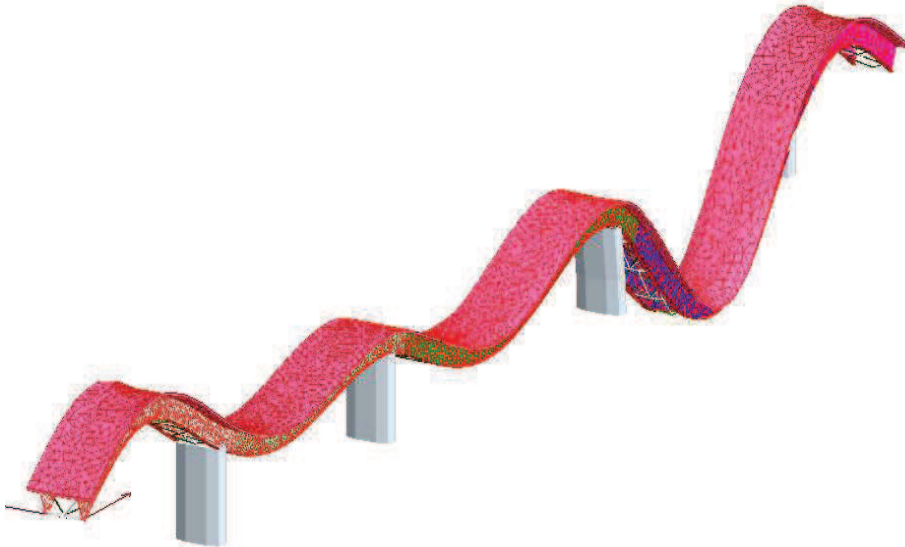


Figura 3. 64- Modo 4 $T_4=0.363$ sec

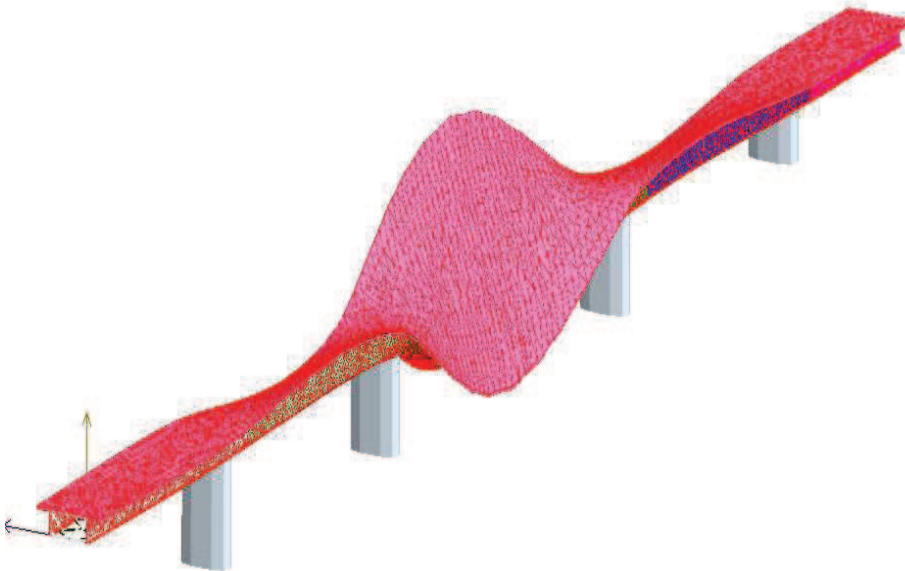


Figura 3. 65- Modo 5 $T_5=0.333$ sec

Si riporta la tabella riassuntiva riportante i primi 6 periodi e frequenze ottenute dal modello:

MODELLO A GUSCI con appoggi fissi

	T [sec]	f [Hz]	Modo
1	0.682	1.47	VER
2	0.536	1.87	VER
3	0.411	2.43	VER
4	0.363	2.75	VER
5	0.333	3.00	TOR

Tabella 3. 18- Periodi e frequenze modello F.E.M a gusci su pile

3.13 *Modello a trave equivalente del viadotto Molona su pile*

3.13.1 *Modellazione F.E.M. delle pile*

La modellazione delle pile mediante metodo F.E.M. con il modello semplificato è stata fatta in modo analogo al caso precedente del §3.13.1. con l'accortezza di considerare i legami fittizi tra asse baricentrico della trave briglie e le aste baggioli.

Si riporta il modello del viadotto Molona a travi equivalente con pile implementato con ASCad32:

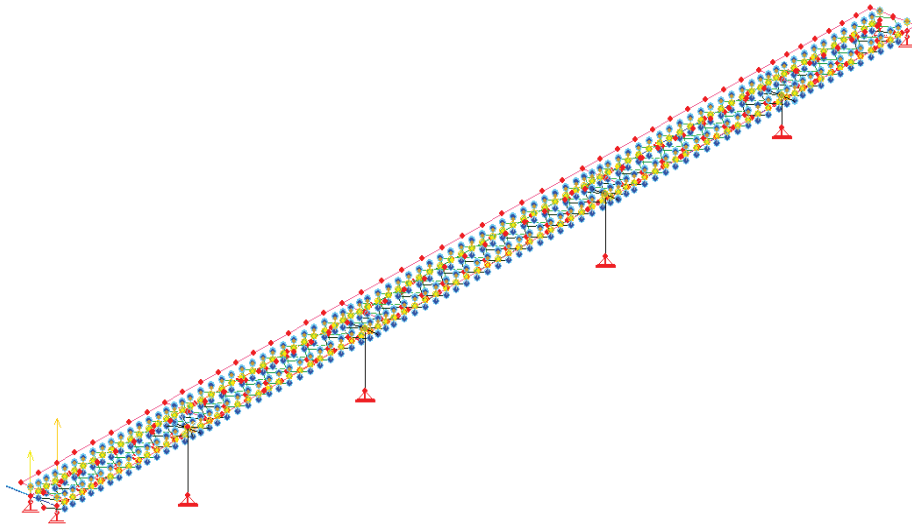


Figura 3. 66-Modello F.E.M a travi equivalente viadotto Molona

3.13.2 Risultati analisi statica

L'analisi statica condotta per peso proprio è stata compiuta al fine di ricavare le reazioni per peso proprio. Si riportano di seguito le reazioni vincolari F_x , F_y , F_z e M_x :

	F_x [ton]	F_y [ton]	F_z [ton]	M_x [ton·m]
Spalla 1	0	0	92.2	1.9
Pila 1	0	0	762.3	3.1
Pila 2	0	0	971.3	-1.8
Pila 3	0	0	989.2	1.3
Pila 4	0	0	571.1	-0.8
Spalla 2	0	0	66.5	5.5

Tabella 3. 19- Reazioni vincolari travata 1

Successivamente è stata osservata attentamente la deformata per peso proprio al fine di verificare la corretta modellazione (Figura 3. 67).

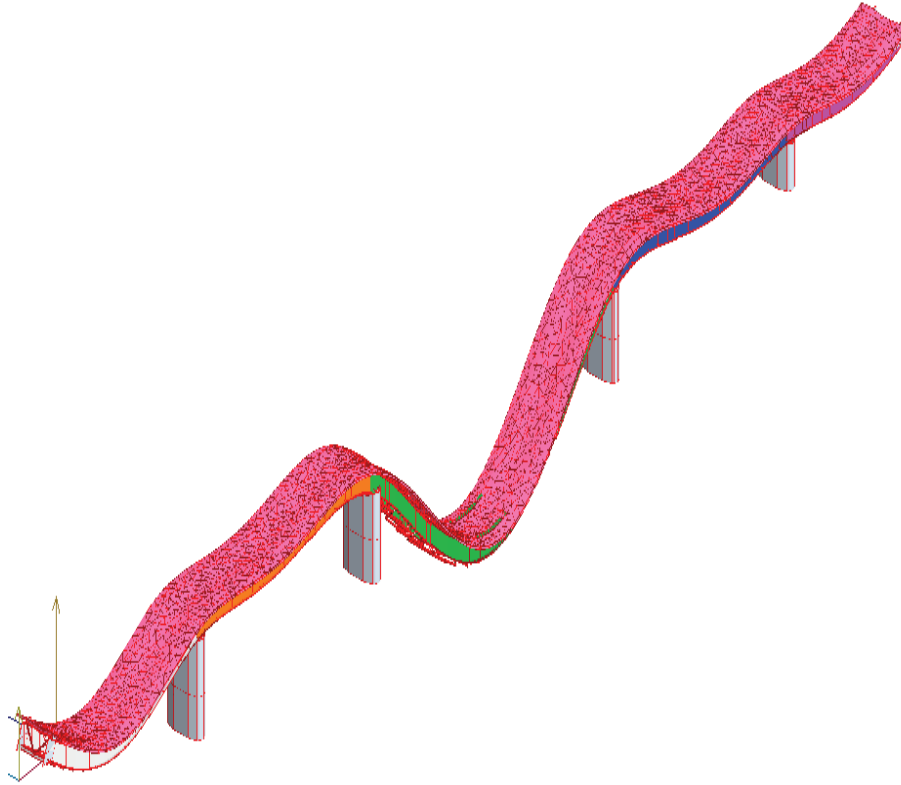


Figura 3. 67- Deformata per peso proprio modello a travi su pile del viadotto Molona

3.13.3 Risultati analisi modale

L'analisi modale eseguita sul modello semplificato, ha permesso di rilevare i modi di vibrare dell'impalcato. Si riportano a titolo di esempio le prime 5 deformate modali:

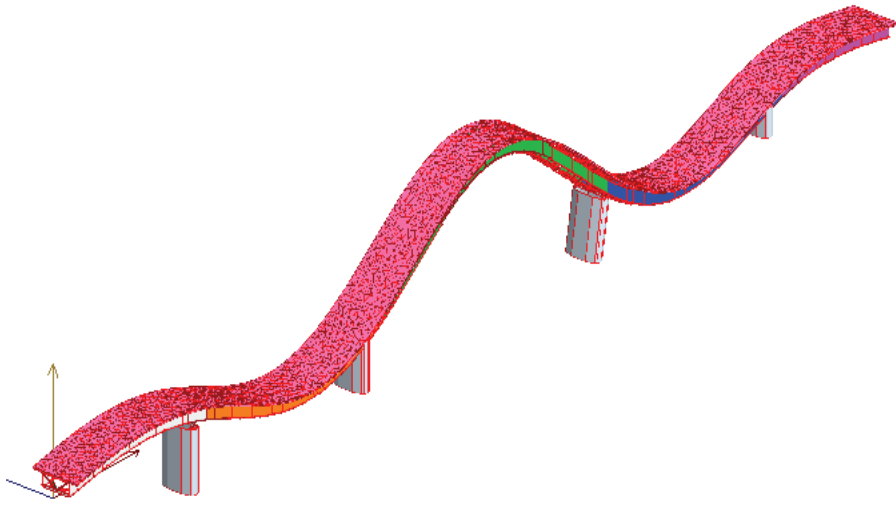


Figura 3. 68- Modo 1 $T_1=0.679$ sec

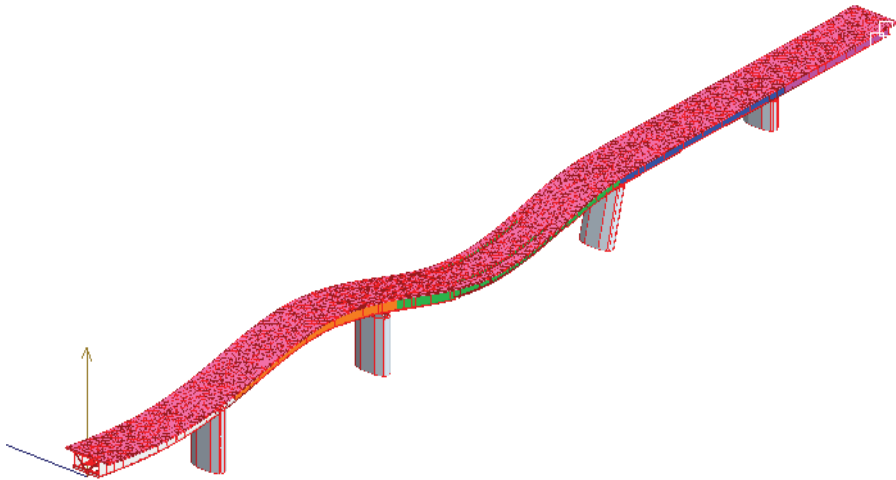


Figura 3. 69- Modo 2 $T_2=0.526$ sec

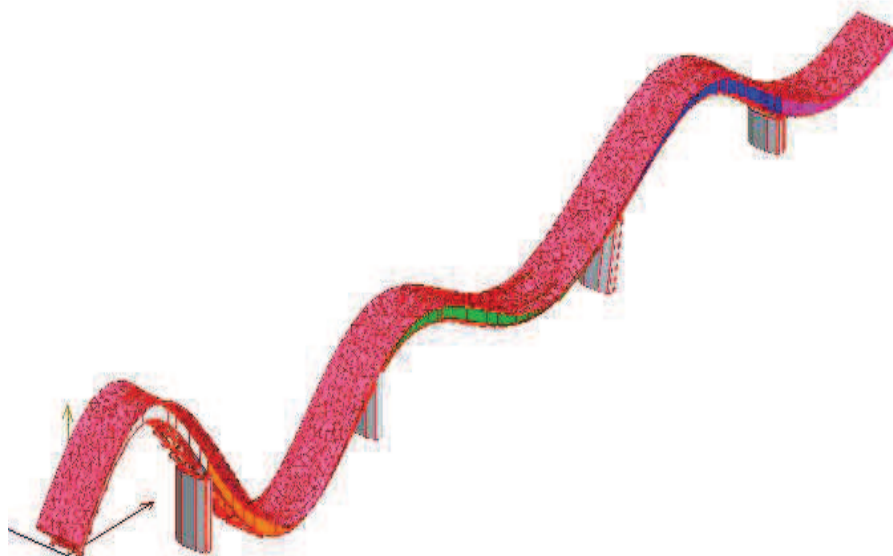


Figura 3. 70- Modo 3 $T_3=0.385$ sec

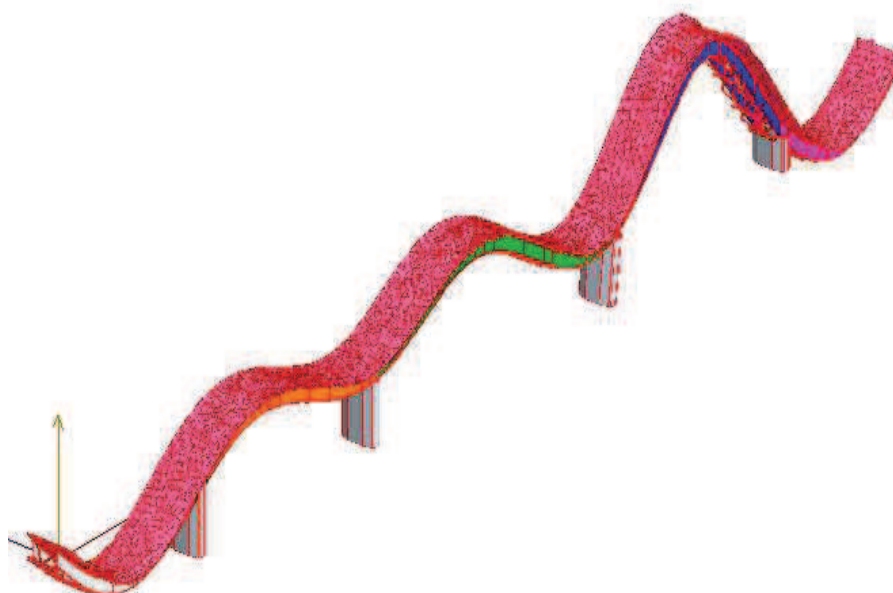


Figura 3. 71- Modo 4 $T_4=0.328$ sec

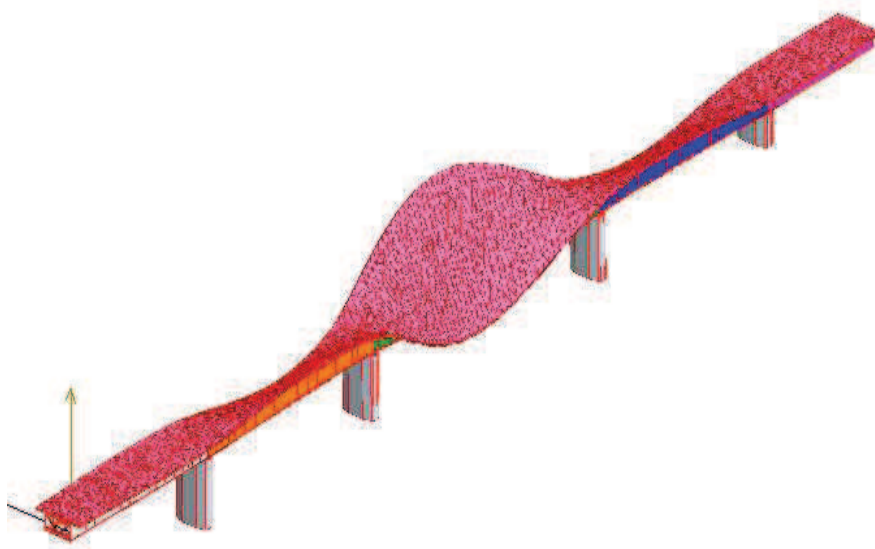


Figura 3. 72- Modo 5 $T_5=0.288$ sec

Si riporta la tabella riassuntiva riportante i primi 5 periodi e frequenze ottenute dal modello:

MODELLO A TRAVE con appoggi fissi

	T [sec]	f [Hz]	Modo
1	0.679	1.47	VER
2	0.526	1.90	VER
3	0.385	2.60	VER
4	0.328	3.05	VER
5	0.288	3.47	TOR

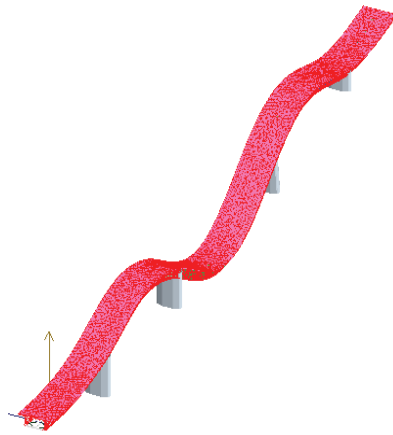
Tabella 3. 20- Periodi e frequenze modello F.E.M a gusci su pile

3.14 *Confronto modello a gusci con modello a trave del viadotto Molona su pile*

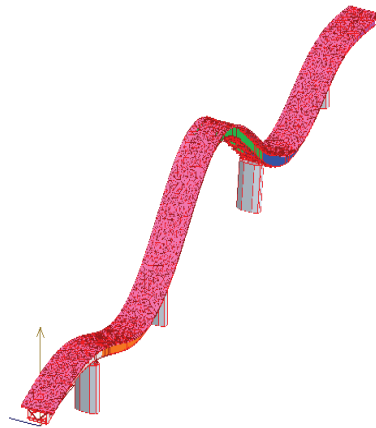
Per eseguire il confronto si sono calcolati i primi 5 modi di vibrare e gli spostamenti massimi dovuti a uno spettro di risposta con direzione verticale. Di seguito le figure di confronto delle deformate modali tra il modello a gusci e il modello a trave del viadotto Molona su pile:

a) **MODELLO A GUSCI**

b) **MODELLO A TRAVE**

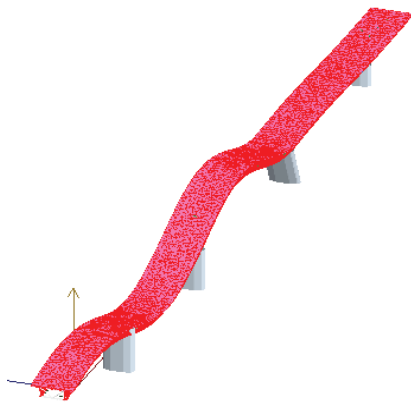


Modo 1 $T_1=0.682$ sec

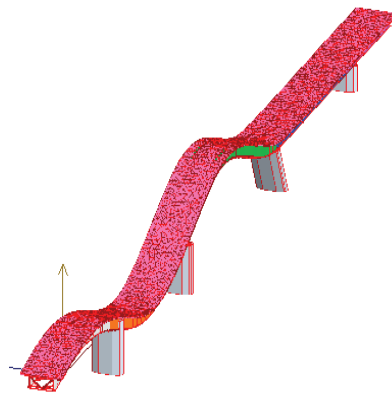


Modo 1 $T_1=0.679$ sec

Figura 3. 73- Modello gusci VS modello a trave equivalente su pile

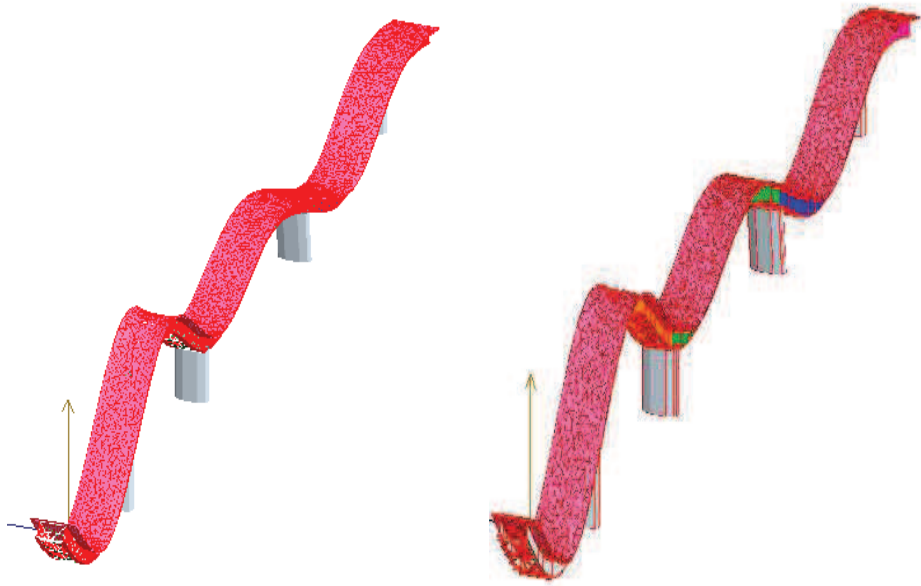


Modo 2 $T_2=0.536$ sec



Modo 2 $T_2=0.526$ sec

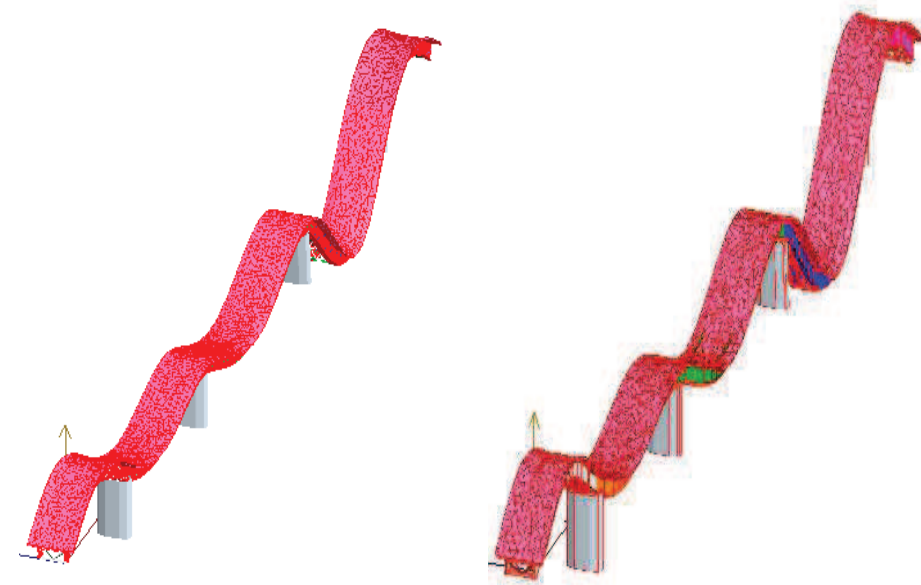
Figura 3. 74- Modello gusci VS modello a trave equivalente su pile



Modo 3 $T_3=0.411$ sec

Modo 3 $T_3=0.385$ sec

Figura 3. 75- Modello gusci VS modello a trave equivalente su pile



Modo 4 $T_4=0.363$ sec

Modo 4 $T_4=0.328$ sec

Figura 3. 76- Modello gusci VS modello a trave equivalente su pile

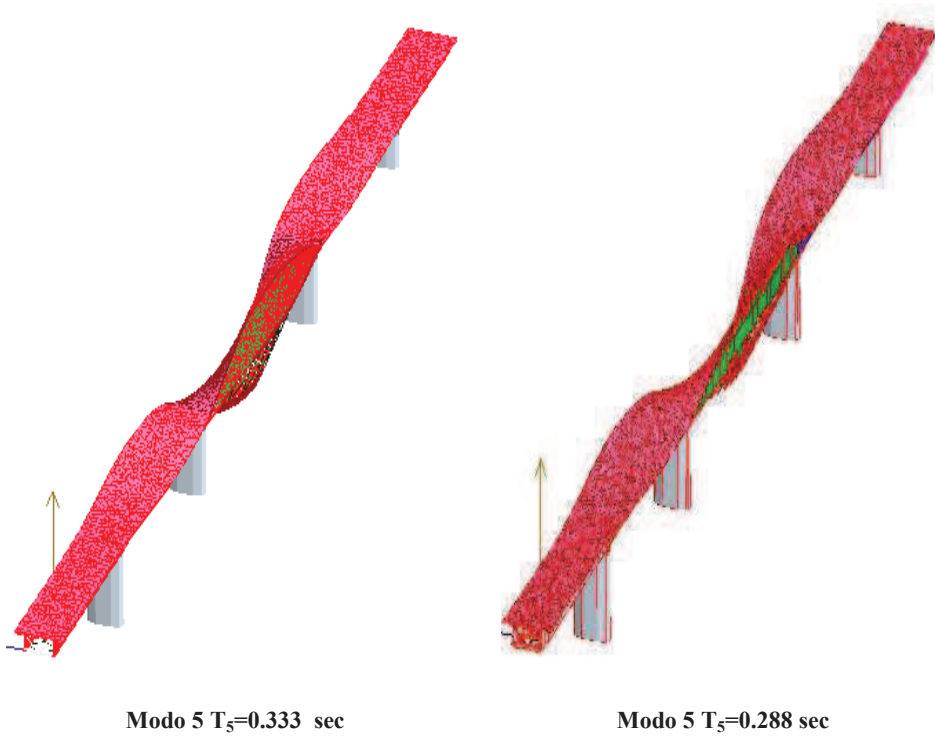


Figura 3. 77- Modello gusci VS modello a trave equivalente su pile

Si riporta di seguito la tabella con il confronto dei primi 5 periodi tra modello a gusci e modello a trave equivalente del viadotto Molona su pile e, in percentuale, la differenza di valore nel periodo tra i due modelli:

	M.Gusci app. fissi	M.Travi app. fissi	
	T [sec]	T [sec]	Err %
1	0.682	0.679	0%
2	0.536	0.526	1%
3	0.411	0.385	4%
4	0.363	0.328	5%
5	0.333	0.288	7%

Tabella 3. 21- Confronto periodi tra modello a gusci

La distribuzione degli spostamenti lungo alcuni punti di riferimento dell'asse longitudinale della soletta è riportata di seguito (Tabella 3. 22).

I punti di controllo considerati sono posti a $L/4$, $L/2$ e $3L/4$.

Si riporta anche un confronto più immediato tramite un grafico di spostamenti (Figura 3. 78- *Confronto spostamenti massimi per spettro di risposta verticale modello a gusci e modello a trave equivalente*).

	M.Gusci su pile	M. Travi su pile
	Uz(x) [mm]	Uz(x) [mm]
L/4	32	28
L/2	35	31
3L/4	31	26

Tabella 3. 22- *Confronto spostamenti massimi modello a gusci e modello a trave equivalente*

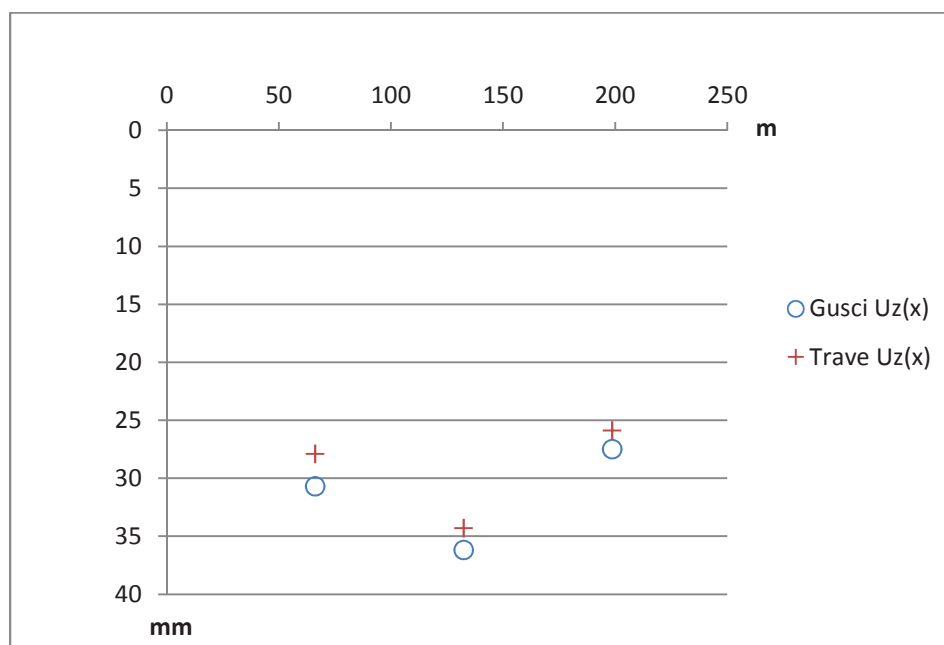


Figura 3. 78- Confronto spostamenti massimi per spettro di risposta verticale modello a gusci e modello a trave equivalente

Come evidente il modello F.E.M. del viadotto Molona con inserimento delle pile risulta più flessibile.

Com'è possibile notare il modello semplificato rispecchia bene il comportamento della struttura rispetto al modello a gusci, più realistico. Si rilevano differenze percentuali sui periodi mediamente del 3% e del 7% sul periodo al 5° modo. Dal confronto di alcuni spostamenti verticali massimi di punti di controllo dell'impalcato dovuti a uno spettro di risposta verticale, si nota un'ottima approssimazione del modello a travi equivalente rispetto al modello a gusci con differenze dell'ordine del millimetro.

4 Prova dinamica sperimentale sul viadotto Molona

Introduzione

Durante la fase di collaudo statico del viadotto Molona sono state condotte una serie di analisi e prove sperimentali (statiche e dinamiche) con l'obiettivo di determinare l'effettivo comportamento dell'opera, da confrontare con quello previsto in fase di progetto e di verificare la capacità della struttura di assolvere i compiti per cui è stata costruita.

Nel presente capitolo, in particolare, saranno dati dei cenni sulle due tipologie principali di prove dinamiche sperimentali quali l'*Analisi Modale Sperimentale (EMA)* e l'*Analisi Modale Operazionale (OMA)*; verranno forniti sinteticamente i risultati dell'*Analisi Modale Operazionale* eseguita sul viadotto Molona e questi saranno confrontati con i risultati dell'analisi modale della struttura oggetto di studio effettuata sul modello F.E.M. con il Software ASCad32, descritti nel Capitolo 3.

4.1 Generalità sulle prove dinamiche sperimentali

Riuscire a identificare i parametri dinamici è il primo scopo delle prove sperimentali. Il processo d'identificazione deriva a sua volta da diversi sotto processi che nascono dalla conoscenza di un certo input imposto sulla struttura (l'ingresso sarà in termini di spostamento imposto, velocità, accelerazione o azione forzante) al quale corrisponde un certo output (l'uscita sarà in termini di spostamento, velocità, accelerazione o sollecitazione). Tale schema logico è rappresentato nell'immagine esplicativa di Figura 4. 1.



Figura 4. 1- Schema del processo identificativo

L'analisi dinamica sperimentale si può quindi definire come quell'insieme di processi, riguardanti prove su una struttura o su suoi componenti, aventi come obiettivo quello di ottenere una descrizione matematica del loro comportamento dinamico. Essa consiste nel rilevare il comportamento di una struttura in presenza di vibrazioni ambientali e/o forzate.

Lo studio completo del comportamento dinamico di una struttura dovrebbe svilupparsi attraverso le seguenti fasi:

→ ***Predisposizione della prova dinamica sperimentale:***

fondamentale è la pianificazione della prova sperimentale, nella definizione del numero e della posizione degli strumenti di misura. Da un punto di vista teorico, una struttura può essere strumentata in tutti quei punti in cui si ritiene interessante valutarne il comportamento. Dal lato pratico, però, il numero di sensori è strettamente legato alle risorse finanziarie a disposizione, sia in termini di dispositivi di misura che di acquisizione dati. E' pertanto molto importante collocare un numero minimo di dispositivi sulla struttura in modo da ottenere tutte le informazioni necessarie. Per raggiungere tale scopo, è necessario avere a priori un'idea dei modi propri che si andrà a individuare per evitare di collocare gli accelerometri nei nodi modali (e in loro prossimità), poiché in tali punti l'osservabilità dei modi è nulla (o molto ridotta).

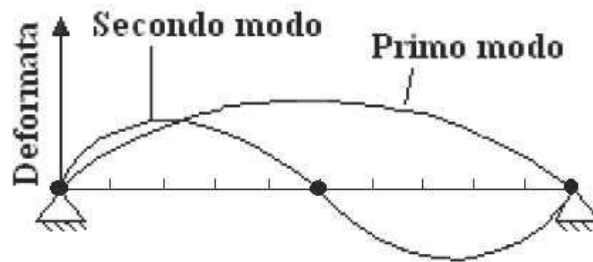


Figura 4. 2- Esempio di nodi modali (nodi evidenziati)

- **Esecuzione della prova dinamica sperimentale:** si dispongono trasduttori sulla struttura (per esempio velocimetri o accelerometri) e si eseguono più serie di misure sia nel caso di prove dinamiche con input di tipo rumore ambientale che sotto l'azione di forzanti prodotte tramite vibrodine o altri mezzi. Importanti nella pianificazione e nella buona esecuzione della prova sono anche la scelta del tipo, dell'intensità, della durata e del range in frequenza dell'eccitazione oltre che della lunghezza e del passo di campionamento dell'acquisizione dei dati;
- **Analisi dei dati sperimentali:** si analizzano i dati registrati sia nel dominio del tempo (analisi statistiche, ricavando i valori di picco e quelli efficaci) sia nel dominio delle frequenze (analisi spettrale per determinare le caratteristiche dinamiche della struttura, ossia le frequenze proprie, forme modali e smorzamenti); nel caso di strutture a comportamento non lineare l'analisi dei dati è molto più complessa;

L'applicazione delle prove dinamiche è anche di particolare interesse nel caso di strutture non di nuova realizzazione. In tal caso è possibile stimarne lo stato di salute individuando la presenza, il livello di un eventuale danneggiamento e ricavando utili informazioni per la definizione del relativo consolidamento.

A tal fine è di fondamentale importanza il confronto con i risultati ottenuti in fase di collaudo o in precedenti prove sperimentali. Laddove l'importanza strategica ed economica della struttura lo giustifichi, si può ricorrere anche al monitoraggio strutturale continuo. Anche per strutture di particolare rilevanza lo studio di recupero dell'opera può essere completato con l'installazione di una strumentazione fissa. Nei casi d'intervento di consolidamento o adeguamento, il confronto tra il comportamento sperimentale prima e dopo i lavori può consentire infatti di valutare l'efficacia dell'intervento stesso.

I parametri modali nel loro insieme costituiscono "l'impronta digitale" della struttura, cioè un insieme unico di parametri che ogni struttura possiede e che ne caratterizza il comportamento dal punto di vista dinamico. Il cambiamento dell'"impronta digitale" è sintomatico di un avvenuto danneggiamento o alterazione dell'opera. Sotto determinate ipotesi, si assume che il verificarsi di un danneggiamento o la perdita d'integrità di una qualsiasi sezione, causi una variazione nelle proprietà dinamiche della struttura. La procedura operativa corrispondente può essere vista come una doppia identificazione strutturale, una della struttura integra, assunta come riferimento, e una della struttura danneggiata. La necessità di conoscere le caratteristiche dinamiche sperimentali della struttura integra, costituisce un'indubbia difficoltà. Esse, per vari motivi, ben di rado sono effettivamente disponibili. Per questo motivo, può essere molto importante eseguire, al momento del collaudo dell'opera, appropriate indagini sperimentali volte a caratterizzarne il comportamento dinamico in modo da avere uno stato di riferimento iniziale. Il modello così definito, in seguito, può essere utilizzato per determinare l'effettivo grado di sicurezza dell'opera.

Tuttavia, l'interesse per l'analisi dinamica sperimentale mostrato nel presente lavoro di tesi, riguarda le strutture di nuova realizzazione in cui è possibile verificare le ipotesi assunte in fase di progetto (rigidezze strutturali, caratteristiche dei materiali, efficacia dei collegamenti, ecc...) al fine di validare il collaudo statico dell'opera.

4.2 Tipologie d'identificazione dinamica

In letteratura, esiste una distinzione delle tipologie di metodi per identificare le caratteristiche dinamiche, basata sulla tipologia di input e output. Difatti, le posizioni dei punti di applicazione delle forzanti e dei punti in cui è misurata la risposta, possono essere singole o molteplici. Si possono perciò distinguere metodi a:

- Una risposta dovuta a una sola forzante: single-input single-output (SISO);
- Molteplici risposte dovute a una sola eccitazione: single-input multiple-output(SIMO);
- Molteplici risposte dovute a varie forzanti: multiple-input multiple-output (MIMO);
- Una risposta dovuta a molteplici forzanti: multiple-input single-output (MISO).

Un'ultima distinzione è quella tra metodi a singolo grado di libertà e metodi a più gradi di libertà. Come noto la risposta dinamica di un sistema è data dalla sovrapposizione delle sue forme modali. Tuttavia, se in una data banda di frequenza esiste un modo dominante, i parametri di questo modo possono essere determinati separatamente assimilando la *FRF* nella banda in questione a quella del sistema a singolo grado di libertà equivalente rappresentativo del modo

considerato. I metodi basati su questo tipo di assunzione sono detti, appunto, metodi a singolo grado di libertà.

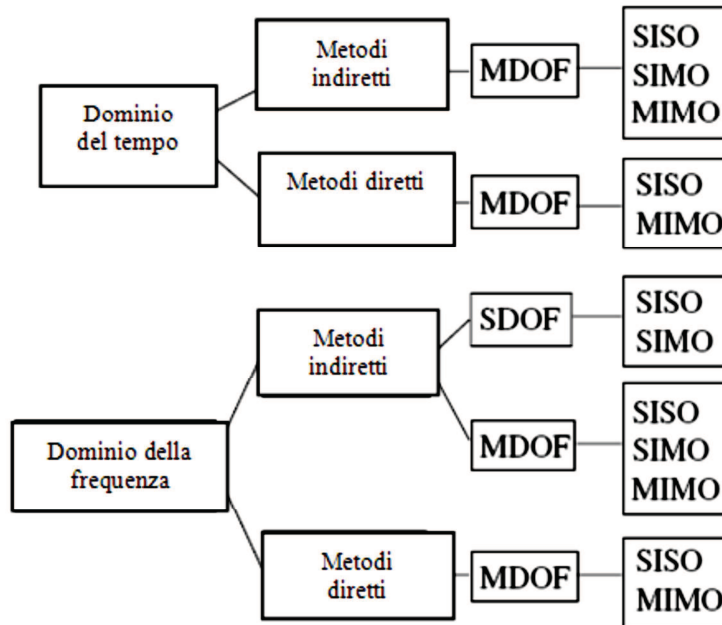


Figura 4. 3- Tipologie d'identificazione dinamica sulla base del numero di input/output

In generale, è possibile distinguere eccitazioni a banda stretta (come la sinusoidale a frequenza fissata, per la quale lo spettro contiene essenzialmente un solo valore non nullo) ed eccitazioni a banda larga (per le quali lo spettro è non nullo per un ampio intervallo di frequenze, per cui sono più adatte a eccitare molti modi contemporaneamente). In ogni caso, l'eccitazione in ingresso alla struttura deve essere opportunamente controllata e va evitato che la struttura entri in campo plastico, contraddicendo, così, l'ipotesi fondamentale di linearità e stazionarietà del sistema. Va rilevato che, anche se il sistema è sollecitato in ingresso con una forzante caratterizzata da una sola frequenza, comunque la sua risposta, determinata dalla funzione di

risposta in frequenza, terrà conto di tutti i modi propri. Secondo gli obiettivi dell'analisi, dunque, è possibile sfruttare diversi tipi di eccitazione.

4.3 Definizioni principali

È opportuno dare alcune definizioni di base al fine di una più semplice comprensione del problema.

Dato un unico segnale $x(t)$, si definisce autocorrelazione la funzione:

$$R_{xx}(\tau) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} x(t) \cdot x(t + \tau) dt \quad (4.1)$$

Essa definisce quanto il segnale è correlato con se stesso.

La trasformata di Fourier di $R_{xx}(\tau)$ a meno del fattore $1/2\pi$ definisce la funzione densità spettrale di potenza (PSD, Power Spectral Density) indicata con $S_{xx}(\omega)$:

$$S_{xx}(\omega) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} R_{xx}(\tau) e^{-i\omega\tau} d\tau \quad (4.2)$$

La (4.1) e la (4.2) definiscono le *relazioni di Wiener-Khintchine* e mettono in relazione per i processi aleatori stazionari il dominio del tempo con il dominio delle frequenze per sistemi a un grado di libertà.

La PSD rappresenta la distribuzione di potenza del segnale in un certo intervallo di frequenza. La funzione $S_{xx}(\omega)$ è legata alla trasformata di Fourier di $x(t)$ dalla relazione:

$$S_{xx}(\omega) = X^*(\omega) \cdot X(\omega) = |X(\omega)|^2 \quad (4.3)$$

Essa è una funzione reale e contiene le informazioni sulle frequenze presenti in $x(t)$ ma non quelle sulle fasi. Si definisce invece correlazione incrociata di due generici segnali $x(t)$ e $y(t)$ la funzione $R_{xy}(\tau)$ definita come:

$$R_{xy}(\tau) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} x(t) \cdot y(t + \tau) dt \quad (4.4)$$

che indica quanto i due segnali sono correlati tra loro.

La trasformata di Fourier di $R_{xy}(\tau)$ è detta densità spettrale incrociata (CSD, Cross Spectral Density) e si indica con:

$$S_{xy}(\omega) = \mathfrak{F}[R_{xy}] \quad (4.5)$$

La funzione $S_{xy}(\omega)$ è legata alla trasformata di Fourier di $x(t)$ e $y(t)$ dalla relazione:

$$S_{xy}(\omega) = X^*(\omega) \cdot Y(\omega) \quad (4.6)$$

Essa è una funzione complessa nella variabile ω e contiene informazioni sulla frequenza e sulle fasi.

4.4 Tecniche d'identificazione nel dominio del tempo e nel dominio della frequenza

In generale, le prove sperimentali per la determinazione dei parametri modali, sono basate sulla possibilità di descrivere il comportamento dinamico della struttura o mediante un set di equazioni differenziali nel dominio del tempo, oppure, mediante un set di equazioni algebriche nel dominio della frequenza. Le tecniche d'identificazione dinamica

possono, pertanto, essere raggruppate in tecniche nel dominio del tempo e nel dominio della frequenza.

Per un sistema a più gradi di libertà, le tecniche nel dominio del tempo, sono basate sulle soluzioni del seguente sistema di equazioni differenziali nel dominio del tempo:

$$\mathbf{M} \cdot \ddot{\mathbf{x}}(\mathbf{t}) + \mathbf{C} \cdot \dot{\mathbf{x}}(\mathbf{t}) + \mathbf{K} \cdot \mathbf{x}(\mathbf{t}) = \mathbf{f}(\mathbf{t}) \quad (4.7)$$

Com'è noto, si precisa che $\mathbf{x}(\mathbf{t})$ e $\mathbf{f}(\mathbf{t})$ sono rispettivamente il vettore risposta e il vettore forzante. La risposta i -esima all'impulso $h_i(t)$ definisce le informazioni per determinare l' i -esima risposta del sistema. Infatti, riferendoci per semplicità a quantità scalari (sistema a un grado di libertà), se il sistema è lineare, è possibile considerare il generico segnale d'ingresso $f(t)$ scomposto in infiniti termini, ovvero come somma integrale di impulsi centrati τ_i e di area infinitesima $f(\tau)d\tau$:

$$f(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} f(\tau)\delta(t-\tau)d\tau \quad (4.8)$$

È possibile esprimere la risposta in uscita $x(t)$ come la sovrapposizione delle risposte impulsive ognuna riguardante un diverso valore di input:

$$x(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} f(\tau)h(t-\tau)d\tau \quad (4.9)$$

$h(t-\tau)$ è l'uscita all'istante t causata dall'impulso in ingresso centrato all'istante τ . Il risultato ottenuto è il ben noto integrale di Duhamel. Tale integrale di convoluzione evidenzia come $h(t)$ caratterizzi completamente il sistema in quanto permette di calcolarne l'uscita per un qualunque ingresso.

Nel caso delle tecniche nel dominio della frequenza, invece, il comportamento dinamico della struttura è descritto tramite la funzione di risposta in frequenza, che contiene implicitamente al suo interno tutte le informazioni sulle caratteristiche dinamiche della struttura. Nel dominio della frequenza, dunque, la soluzione del sistema di equazioni differenziali (4.7), è ricercata sfruttando la nota trasformazione funzionale di Fourier. Il vantaggio legato a questa trasformazione consiste nel passaggio da un sistema di equazioni differenziali ordinarie a un sistema di equazioni algebriche di più semplice risoluzione:

$$\left(\mathbf{M} \cdot \Omega^2 + \mathbf{C} \cdot \Omega + \mathbf{K} \right) \cdot \mathbf{X} = \mathbf{F} \quad (4.10)$$

Per un sistema a un grado di libertà la funzione di risposta in frequenza (FRF) è esprimibile come rapporto tra la trasformata di Fourier della risposta e quella dell'ingresso:

$$H(j\omega) = \frac{X(j\omega)}{F(j\omega)} \quad (4.11)$$

Lo stesso vale per sistemi a più gradi di libertà in cui dovrà considerarsi l'elemento i -esimo sulla diagonale principale della matrice di trasferimento come rapporto tra i -esima componente della trasformata di Fourier del vettore risposta, $X_i(j\omega_i)$ e l' i -esima componente della trasformata del vettore forzante, $F_i(j\omega_i)$.

La funzione di risposta in frequenza e la corrispondente funzione di risposta all'impulso formano una coppia di trasformate di Fourier. In altre parole, la funzione di risposta all'impulso si può ottenere applicando la trasformata inversa di Fourier a una funzione di risposta in frequenza e, viceversa, la funzione di risposta in frequenza può

essere ricavata applicando la trasformata di Fourier alla funzione di risposta all'impulso.

Riferendoci adesso a un sistema a più gradi di libertà, la matrice FRF può inoltre essere decomposta attraverso l'introduzione di poli e residui:

$$\mathbf{H}(j\omega) = \sum_{k=1}^m \frac{\mathbf{R}_k}{j\omega - \lambda_k} + \frac{\mathbf{R}_k^*}{j\omega - \lambda_k^*} \quad (4.12)$$

In cui m è il numero di modi di vibrare, λ_k è il polo e \mathbf{R}_k è il residuo che porta l'informazione sulle forme modali:

$$\mathbf{R}_k = \boldsymbol{\phi}_k \mathbf{p}_k \quad (4.13)$$

Dove $\boldsymbol{\phi}_k \mathbf{p}_k$ è il prodotto scalare del k -esimo autovettore e del k -esimo vettore di partecipazione modale.

Come noto, per un sistema a più gradi di libertà, la relazione tra input $\mathbf{f}(\mathbf{t})$ e la risposta $\mathbf{x}(\mathbf{t})$ può essere espressa mediante:

$$\mathbf{S}_{\mathbf{xx}}(j\omega) = \mathbf{H}^*(j\omega) \cdot \mathbf{S}_{\mathbf{FF}}(j\omega) \cdot \mathbf{H}(j\omega)^T \quad (4.14)$$

In cui $\mathbf{S}_{\mathbf{FF}}(j\omega)$ è la matrice densità spettrale di potenza dell'input di dimensioni $r \times r$ (r è il numero di input), $\mathbf{S}_{\mathbf{xx}}(j\omega)$ è la matrice densità spettrale di potenza della risposta di dimensioni $m \times r$ (m numero di risposte) e $\mathbf{H}(j\omega)$ è la matrice $m \times r$ contenente le funzioni di risposta in frequenza. L'apice $*$ indica il corrispettivo complesso e coniugato.

Supposto l'input come rumore bianco, ovvero la PSD è una matrice di costanti, l'equazione (4.14) in virtù della (4.12) può essere scritta come:

$$\mathcal{S}_{xx}(j\omega) = \sum_{k=1}^m \sum_{s=1}^m \left[\frac{\mathbf{R}_k}{j\omega - \lambda_k} + \frac{\mathbf{R}_k^*}{j\omega - \lambda_k^*} \right] \mathbf{C} \left[\frac{\mathbf{R}_s}{j\omega - \lambda_s} + \frac{\mathbf{R}_s^*}{j\omega - \lambda_s^*} \right]^H \quad (4.15)$$

In cui l'apice H rappresenta il complesso coniugato trasposto.

Manipolando diverse volte l'equazione (4.15) è possibile scrivere l'espressione:

$$\mathcal{S}_{xx}(j\omega) = \sum_{k=Sub(\omega)} \left[\frac{d_k \phi_k \phi_k^T}{j\omega - \lambda_k} + \frac{d_k^* \phi_k^* \phi_k^{*T}}{j\omega - \lambda_k^*} \right] \quad (4.16)$$

In cui d_k è una costante e $Sub(\omega)$ rappresenta l'insieme di frequenze i cui modi danno un contributo rilevante.

L'espressione (4.16) vale sotto l'ipotesi di input rumore bianco e costituisce l'algoritmo di identificazione dei parametri dinamici mediante tecnica FDD (Frequency Domain Decomposition) che consente di ricavare le frequenze proprie della struttura e le forme modali sperimentali.

4.5 Identificazione dei parametri dinamici mediante EMA (Experimental Modal Analysis) e OMA (Operational Modal Analysis)

La determinazione del comportamento dinamico di sistemi lineari mediante prove sperimentali è detta *Analisi Modale Sperimentale* (EMA). Queste procedure consentono di identificare le proprietà dinamiche della struttura in termini di frequenze naturali, rapporti di

smorzamento e forme modali e i parametri così determinati vengono poi utilizzati per costruire un modello matematico del comportamento dinamico della struttura. Le procedure di analisi modale sperimentale, tuttavia, sono basate su un input noto. Le strutture, infatti, vengono solitamente eccitate sfruttando una o più sorgenti di eccitazione, si procede poi a misurare la risposta strutturale in uno o più punti. In questo modo si possono identificare i parametri modali tramite la funzione di risposta in frequenza del segnale di risposta e del segnale di input.

L'analisi modale, tuttavia, può essere compiuta anche nel caso di eccitazione ambientale quali l'azione del vento o del traffico veicolare. In questo caso l'input sulla struttura non è noto (non può, in genere, essere misurato) ma tecniche di analisi modale possono essere comunque applicate per valutare i parametri dinamici della struttura. I diversi metodi sviluppati lavorano, quindi, sfruttando i soli dati di output (metodi Output-Only). Il problema della stima delle caratteristiche modali, avendo la sola risposta strutturale, è una disciplina nota come *Stochastic System Identification*. Il termine stocastico sta appunto a indicare che la forzante incognita sotto alcune ipotesi può essere sostituita da un processo tipo rumore bianco definito dalle sue caratteristiche statistiche. L'analisi modale condotta nel caso di input incognito qual è il rumore ambientale viene detta *Analisi Modale Operazionale (OMA)*. Le procedure OMA, come le classiche EMA, consentono di valutare frequenze naturali, modi naturali e rapporti di smorzamento della struttura; tuttavia, non è possibile calcolare anche i fattori di partecipazione modale essendo l'input incognito.

L'analisi modale sperimentale basata sull'applicazione di un input noto alla struttura risulta attuabile con difficoltà nel caso di grosse strutture (ad esempio, ponti). L'analisi modale operativa, invece, consente di sfruttare il rumore ambientale per l'identificazione strutturale evitando, così, il ricorso ad attrezzature particolari (vibrodine, martelli strumentati, eccitatori oleodinamici o elettrodinamici) che eccitano direttamente la struttura. Ciò si traduce in una serie di vantaggi:

- La prova è rapida ed economica, giacché non sono necessarie attrezzature per l'eccitazione della struttura;
- Le misure sono effettuate nelle effettive condizioni operative della struttura per cui i parametri modali che si ottengono sono rappresentativi del comportamento dinamico della struttura nelle sue reali condizioni di utilizzo;
- La prova non interferisce con l'operatività della struttura (per cui, ad esempio, non è necessario chiudere al traffico un ponte quando esso viene analizzato).

La correttezza dei risultati forniti dall'analisi modale operativa può, tuttavia, essere inficiata se al rumore bianco si sovrappone un'eccitazione non casuale.

4.6 Modelli parametrici e non parametrici per l'Analisi Modale Operazionale

I metodi per la stima dei parametri modali di una struttura, in presenza di sola eccitazione ambientale, possono essere raggruppati nelle due principali categorie dei metodi non parametrici e dei metodi parametrici. Si tratta, in generale, sia di metodi operanti nel dominio del tempo, sia di metodi operanti nel dominio della frequenza.

Il metodo più semplice e meno oneroso dal punto di vista computazionale per la stima dei parametri modali è certamente la tecnica nota sotto il nome di Basic Frequency Domain (BFD): si parla anche di metodo del Peak-Picking (PP) poiché l'identificazione delle frequenze naturali è basata sull'identificazione dei picchi nei grafici degli spettri di potenza. Tuttavia tale metodo può dar luogo a risultati erronei se vengono violate le ipotesi di base di basso smorzamento e modi ben separati: infatti, questo metodo consente, in generale, di identificare le cosiddette “*operational deflection shapes*” che, nel caso di modi vicini, sono il risultato della sovrapposizione di molteplici modi. La decomposizione in valori singolari della matrice delle densità spettrali di potenza ha consentito il superamento di questi limiti: il metodo non-parametrico basato sulla decomposizione in valori singolari della matrice dei cross-spettri prende il nome di *Frequency Domain Decomposition (FDD)*, e si tratta di un metodo in grado di tener conto della molteplicità dei modi (più modi alla stessa frequenza).

Tra i metodi parametrici più complessi e onerosi dal punto di vista computazionale rispetto ai precedenti, vanno citate le tecniche note come Least Square Complex Exponential (LSCE), Eigensystem Realization Algorithm (ERA), i modelli Auto-Regressive Moving Average (ARMA), i metodi del sottospazio stocastico e il metodo della Maximum Likelihood (ML) nel dominio della Frequenza. I metodi LSCE e ERA sono usati, nel contesto delle tecniche dell'eccitazione naturale (NExT), per estrarre i parametri modali dalle auto e cross correlazioni dei segnali nel dominio del tempo. Nel caso dell'identificazione con i metodi del sottospazio stocastico, un modello stocastico a spazio di stato viene direttamente identificato dai dati di output misurati o dalle funzioni di correlazione tra gli output.

L'approccio della Maximum Likelihood nel dominio della frequenza, nato per l'applicazione alle funzioni di risposta in frequenza, è stato recentemente esteso in modo da essere applicato all'estrazione dei parametri modali basata sugli spettri calcolati a partire dalle misure della risposta strutturale.

4.7 Test in vibrazioni ambientali del viadotto

Molona

Le Norme Tecniche per le Costruzioni (D.M. 14 gennaio 2008) al paragrafo § 9.2.2 indicano che: *“Per le opere di significativa rilevanza, le prove statiche andranno completate da prove dinamiche, che misurino la rispondenza del ponte all'eccitazione dinamica, controllando che il periodo fondamentale sperimentale sia confrontabile con quello previsto in progetto.”* . Da questa indicazione nasce la necessità di determinare, in fase di collaudo, il periodo fondamentale della struttura effettivo, tramite prova dinamica sperimentale, al fine di giudicare l'opera eseguita a perfetta opera d'arte.

La prova dinamica eseguita sul viadotto Molona è stata elaborata secondo la tecnica del FDD. Come accennato nei paragrafi precedenti, questa, può essere considerata un'estensione dell'approccio classico nel dominio delle frequenze. Il Basic Frequency Domain, infatti, si basa su una semplice trasformazione dei segnali attraverso la trasformata di Fourier (in genere per mezzo dell'algoritmo di Fast Fourier Transform) e successiva lettura delle frequenze nei picchi della PSD. Con la tecnica FDD, invece, i picchi sono letti nel grafico dei valori singolari della matrice di densità spettrale.

La decomposizione ai valori singolari (Singular Value Decomposition, SVD) della matrice spettrale permette di scomporre la matrice stessa in singole autofunzioni di densità spettrali ognuna delle quali è corrispondente ad un sistema ad un solo grado di libertà.

Le frequenze in tal modo saranno determinate dall'individuazione dei picchi nella rappresentazione grafica dello spettro dei valori singolari superando i limiti legati al metodo BFD in cui modi eventualmente accoppiati non sarebbe risultati distinguibili dalla lettura dei picchi nella PSD.

4.7.1 Configurazione prova dinamica

Il viadotto è stato sottoposto a una campagna di indagini dinamiche sviluppata mediante 12 sensori accelerometrici (PCB 393-A03) collegati ad una centralina di acquisizione a 24 bit con convertitore Analogico/Digitale (N.I. C-Daq 9172+4 USB 9234). Le acquisizioni sono state registrate in condizioni di eccitazione naturale in assenza di traffico veicolare.



Figura 4. 4- Base accelerometro e sensore accelerometrico



Figura 4. 5- Centralina di acquisizione

Poiché il numero di sensori disponibili è inferiore al numero di punti stabiliti in cui sono necessarie le registrazioni accelerometriche (DOFs), è indispensabile eseguire acquisizioni in momenti successivi variando di volta in volta posizione degli accelerometri fino a coprire tutti i punti di misura desiderati.



Figura 4. 6- Campo di prova

Le informazioni sul comportamento della struttura nella sua globalità si ottengono poi unendo i vari setup. È stato necessario, quindi, posizionare alcuni sensori negli stessi punti per ciascun setup in modo da essere come riferimento per la fase di post processing, mentre gli altri vengono fatti avanzare nei rimanenti DOFs di interesse in ogni successivo setup.

Le acquisizioni accelerometriche sono state effettuate secondo 6 prestabiliti setup di prova.

Si è scelto di fissare come riferimento 3 accelerometri verticali (acc10, acc11, acc12) in corrispondenza della mezzeria della campata centrale.

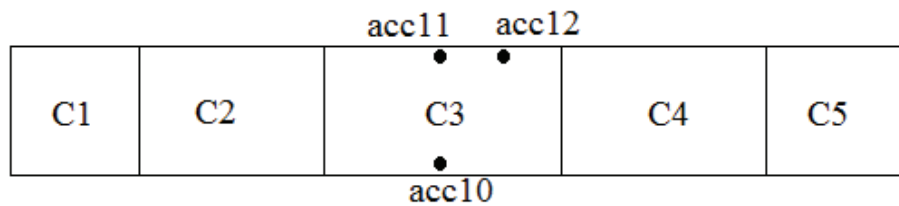


Figura 4. 7- Posizione accelerometri di riferimento comune ad ogni acquisizione

Si riporta a titolo di esempio la configurazione degli accelerometri che si riferiscono alla prima acquisizione:

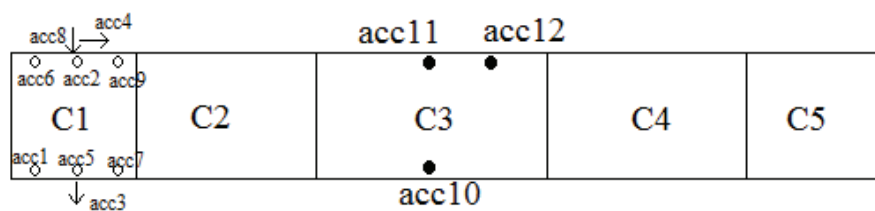


Figura 4. 8- Posizione accelerometri setup 1

All'interno dell'ambito delle prove dinamiche quali analisi modale operativa OMA, sia mediante metodo tradizionale sia tramite la tecnica FDD, supponendo che la forzante non nota abbia le caratteristiche di un rumore bianco, è necessario scegliere

accuratamente la lunghezza totale delle registrazioni. Generalmente la durata delle acquisizioni è scelta pari a 1000÷2000 volte il primo periodo di vibrare della struttura. Un altro criterio è dato dalla UNI 10985 “Vibrazioni su ponti e viadotti: Linee guida per l’esecuzione di prove e rilievi dinamici” al C.4.2 in cui si legge:

“Le dimensioni N di ogni sequenza temporale ed il passo di campionamento Δt devono essere fissati in modo da ottenere un’adeguata risoluzione in frequenza. Inoltre, la durata complessiva delle registrazioni deve tener conto che l’errore percentuale commesso nella stima degli autospettri e spettri incrociati, risulta approssimativamente pari a $1/\sqrt{Nd}$. Ciò implica che per ottenere, per esempio una stima degli autospettri con errore minore del 10% è necessario disporre di un segnale di lunghezza tale da poter essere suddiviso in $Nd=100$ sequenze temporali;”

$$\frac{1}{\sqrt{N_d}} = 10\% = 0.1 \quad (4.17)$$

$$N_d = \left(\frac{1}{0.1}\right)^2 = 100 \quad (4.18)$$

“nell’ipotesi di operare con $\Delta t=0.01$ sec, risoluzione in frequenza $f_r=0.025$ Hz e nessuna sovrapposizione delle sequenze temporali, è necessaria un’acquisizione di oltre 68 min.”

Questo è evidente dalle espressioni seguenti:

$$\frac{1}{f_r} = \frac{1}{0.025} = 40 \text{ sec} \quad (4.19)$$

$$40 \text{ sec} \cdot N_d = 40 \text{ sec} \cdot 100 \cong 68 \text{ min} \quad (4.20)$$

“Qualora nella definizione delle sequenze temporali si assuma una dimensione di sovrapposizione del segnale pari al 50%, la durata complessiva della registrazione è ridotta a circa 33 min”.

Per la struttura in esame ci si aspettava che le prime frequenze fossero comprese in un range tra 1-2 Hz, perciò, si è scelto di utilizzare storie temporali di durata pari a 2400 s (40 min) con passo di campionamento $\Delta t=0.005$ sec e frequenza di campionamento pari a 200 Hz.

4.7.2 Elaborazione del segnale e risultati

Le analisi sperimentali sono state eseguite mediante “ARTeMIS” (Ambient Response Testing and Modal Identification Software) un software specialistico per l’identificazione modale sperimentale in test di vibrazioni ambientali. A tale scopo tramite il software è stata modellata la struttura inserendo dei nodi in corrispondenza dei punti di misura e successivamente grazie all’implementazione del metodo FDD è stato possibile ottenere i modi di vibrare del sistema.

A ogni nodo (o DOF) è poi stato associato il corrispettivo segnale registrato dall’accelerometro comprensivo delle informazioni su direzione e verso. In tal modo, connettendo tutti i setup, si perviene alla composizione della configurazione globale.

I risultati delle indagini e delle analisi tramite FDD conducono alle curve dei valori singolari della densità spettrale di potenza, dalle quali, leggendo i picchi, è possibile estrapolare le frequenze e i periodi di vibrazione della struttura.

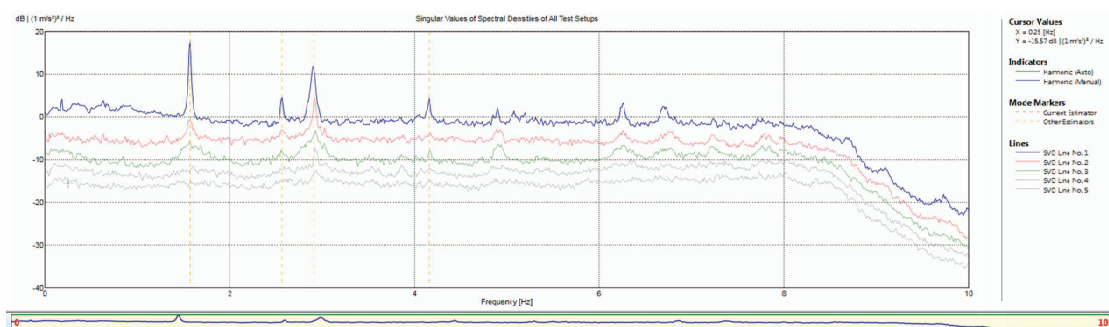


Figura 4. 9– Valori Singolari della matrice densità spettrale di potenza, frequenze modali dell'impalcato (direzione Z)

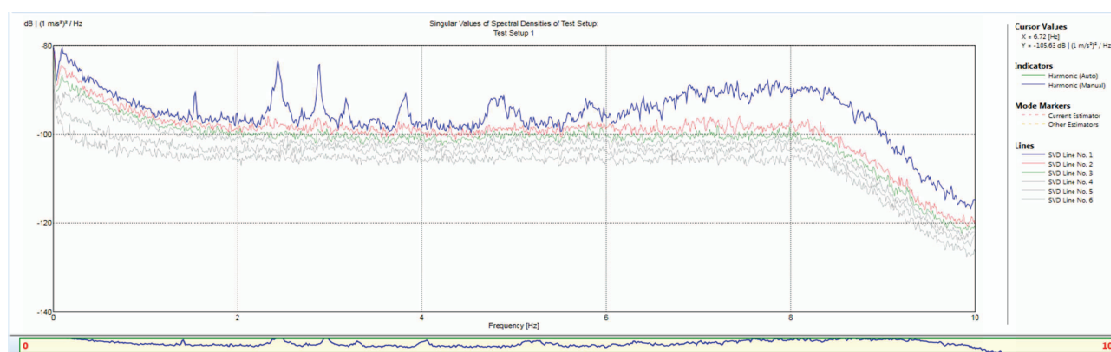


Figura 4. 10- Valori Singolari della matrice di densità spettrale, frequenze modali trasversali (direzione X)

Da una prima osservazione dei diagrammi è possibile dedurre che:

- La prima frequenza, 1.57 Hz, è relativa al modo di vibrare flessionale in direzione Z;
- La prima frequenza trasversale dell'impalcato si ha in corrispondenza di 2,24 Hz.

Di seguito i diagrammi dei valori singolari della matrice densità spettrale di potenza relativi ai singoli setup realizzati:

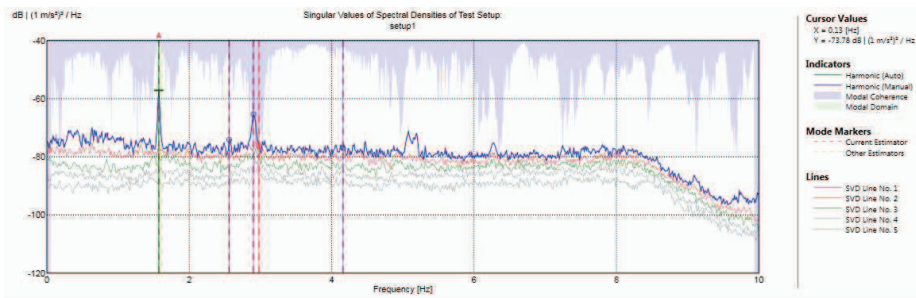


Figura 4. 11– Valori singolari della matrice densità spettrale, Setup 1

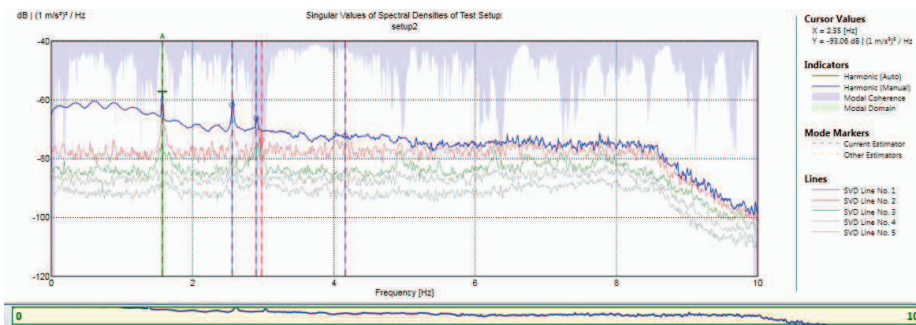


Figura 4. 12– Valori singolari della matrice densità spettrale, Setup 2

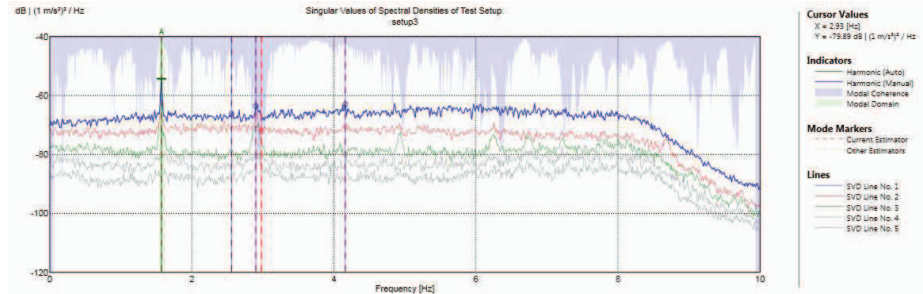


Figura 4. 13– Valori singolari della matrice densità spettrale, Setup 3

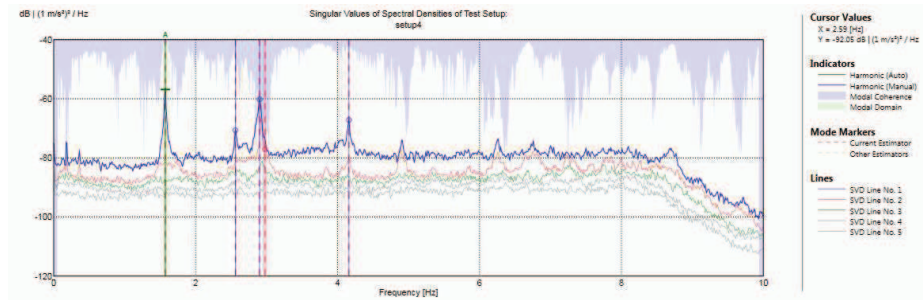


Figura 4. 14– Valori singolari della matrice densità spettrale, Setup 4

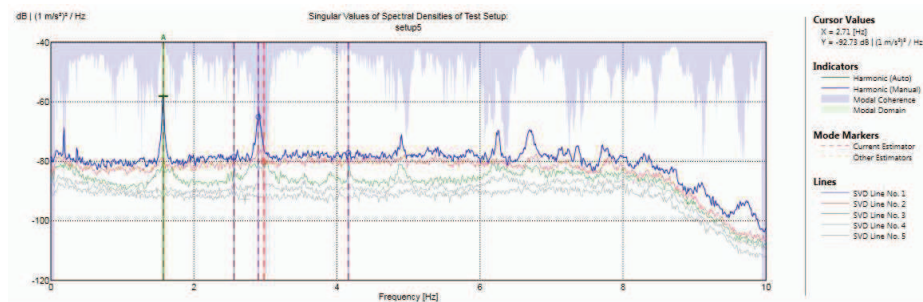


Figura 4. 15– Valori singolari della matrice densità spettrale, Setup 5

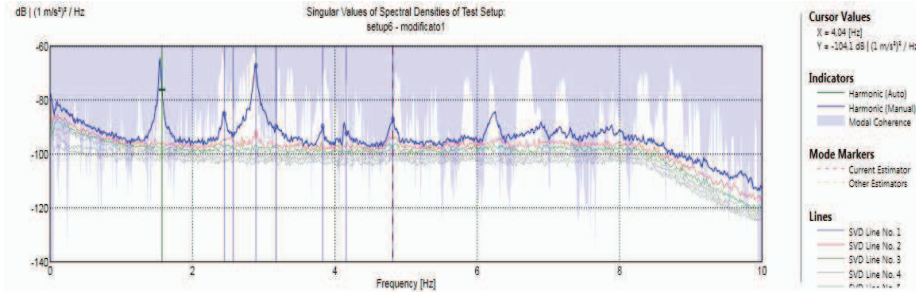


Figura 4. 16– Valori singolari della matrice densità spettrale, Setup 6

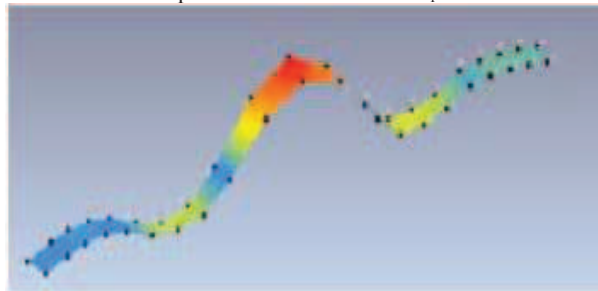
Si riportano anche le deformate modali sperimentali ottenute dell'impalcato.

I modi di vibrare sperimentali sono stati classificati come:

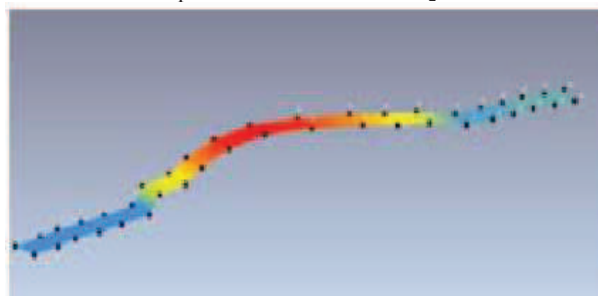
→ FLE (modo flessionale);

→ TOR (modo torsionale).

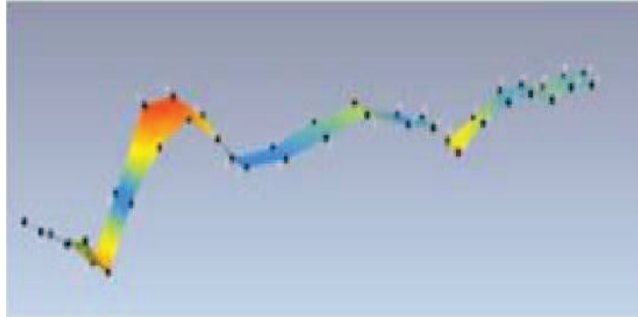
1° Modo Sperimentale Identificato $T_1=0.637$ sec



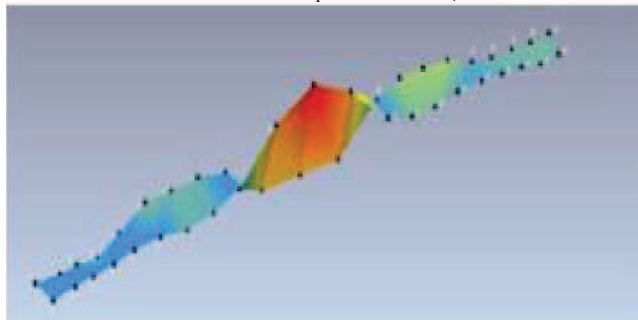
2° Modo Sperimentale Identificato $T_2=0.412$ sec



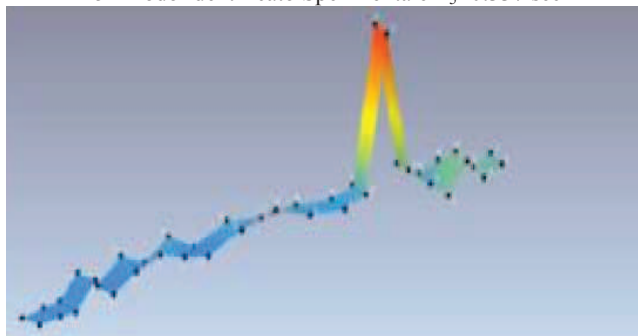
3° Modo Identificato Sperimentale $T_3=0.391$ sec



4° Modo Identificato Sperimentale $T_4=0.345$ sec



5° Modo Identificato Sperimentale $T_5=0.337$ sec



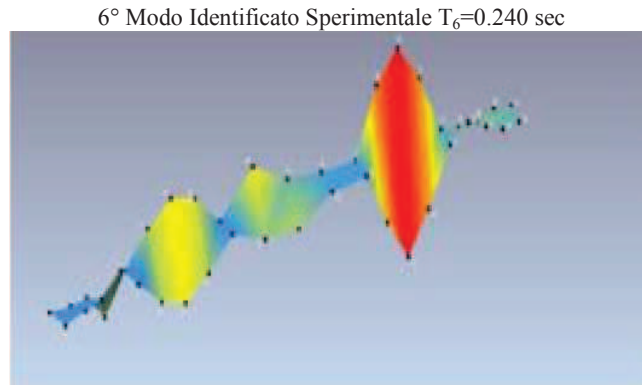


Figura 4. 17-Modi di vibrare sperimentali identificati del viadotto Molona

Riassumendo in forma tabellare i modi identificati sono i seguenti:

Modo Identificato	T[sec]	Tipo
1	0.637	FLE
2	0.412	FLEz
3	0.391	FLE
4	0.345	TOR
5	0.337	FLE
6	0.240	TOR

Tabella 4. 1- Modi identificati tramite Analisi Dinamica Operazionale

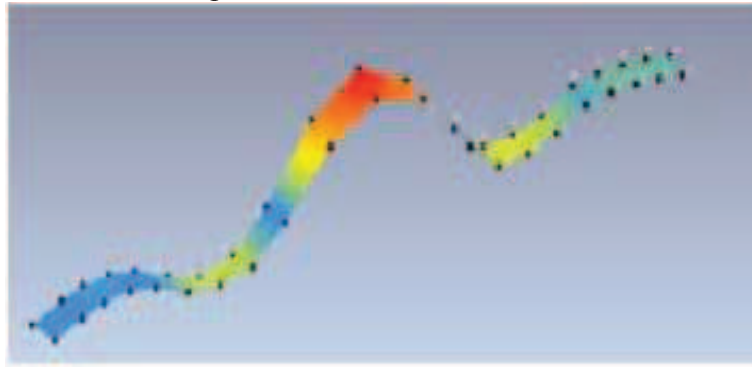
4.8 Confronto prova sperimentale con modelli

F.E.M

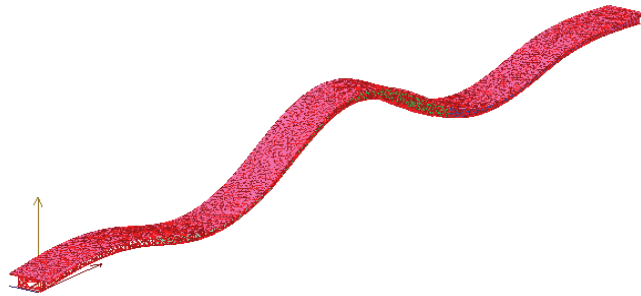
Ottenuti i risultati dall'analisi modale operazione, questi, sono stati confrontati con i modi di vibrare e i periodi ottenuti tramite analisi modale su modello F.E.M "a Gusci" implementato con ASCad32. I grafici delle deformate modali di confronto seguenti sono relativi prima al modello F.E.M su appoggi fissi (paragrafo §3.10.3) e poi al modello F.E.M su pile (paragrafo §3.13.3).

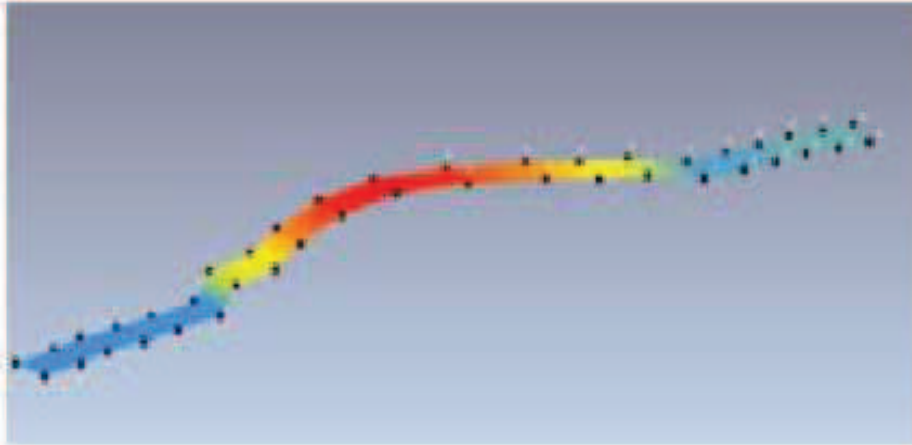
IDENTIFICAZIONE SPERIMENTALE VS F.E.M/APP.FISSI

1° Modo Sperimentale Identificato $T_1=0.637$ sec



1° Modo Mod. F.E.M. Gusci app.fisso (m.b. $s=5$ cm) $T_1=0.659$ sec

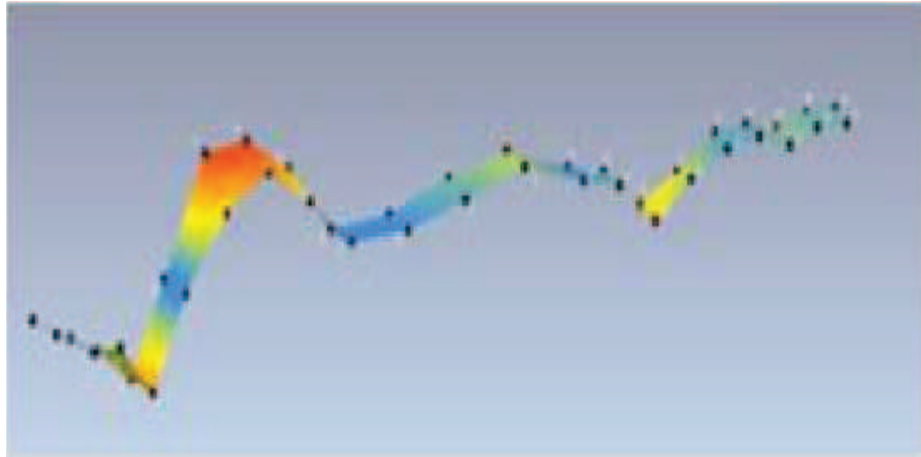


2° Modo Sperimentale Identificato $T_2=0.412$ sec

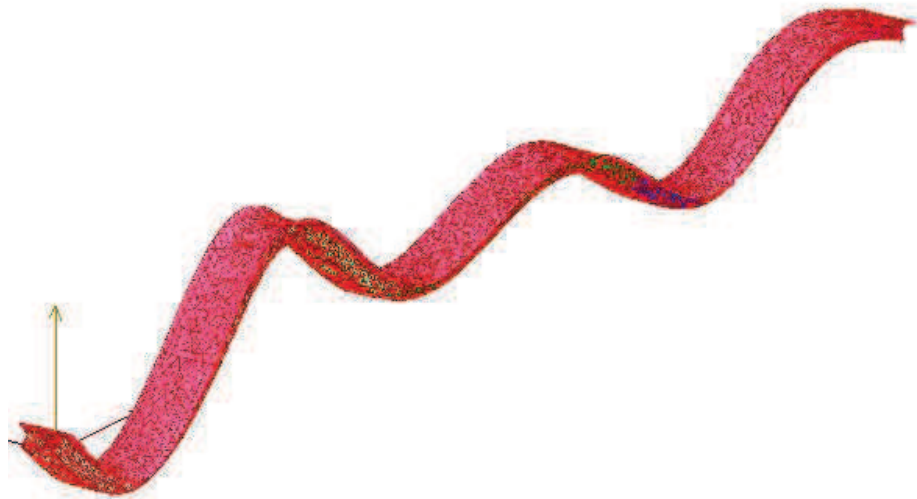
-° Modo Mod. F.E.M. Gusci app.fisso (m.b. $s=5\text{cm}$) $T_2=N.R.$

Il modello F.E.M è stato impostato senza la modellazione dei dispositivi antisismici. Tuttavia i risultati sperimentali mostrano una deformata modale trasversale sul piano dell'impalcato. Ovvero i dispositivi si attivano. Ciò significa che anche in fase statica la condizione di vincolo data dai dispositivi in opera non è tale da poter porre come ipotesi in un model updating gli appoggi come fissi. Dovrebbero essere modellati anche i dispositivi.

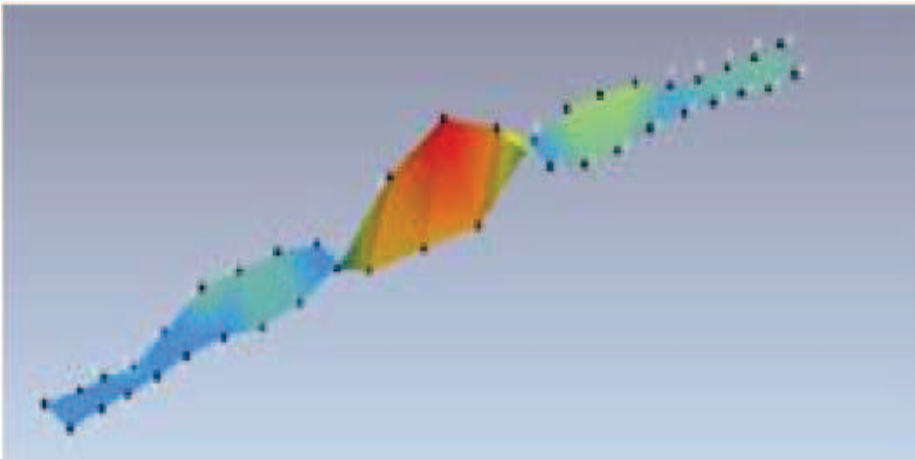
3° Modo Identificato Sperimentale $T_3=0.391$ sec



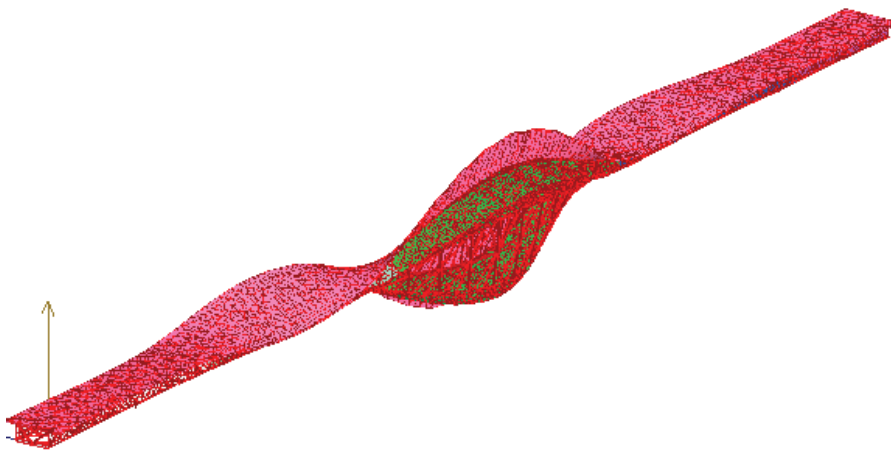
2° Modo Mod. F.E.M. Gusci app.fisso (m.b. s=5cm) $T_2=0.417$ sec



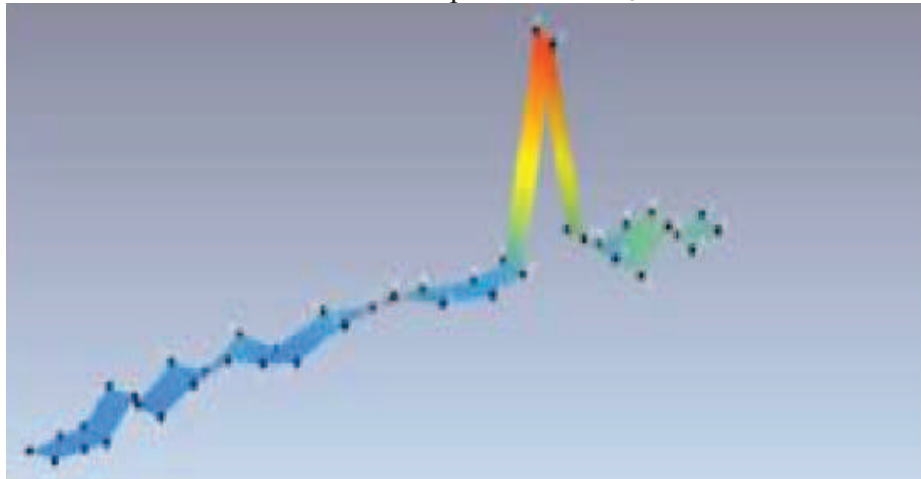
4° Modo Identificato Sperimentale $T_4=0.345$ sec



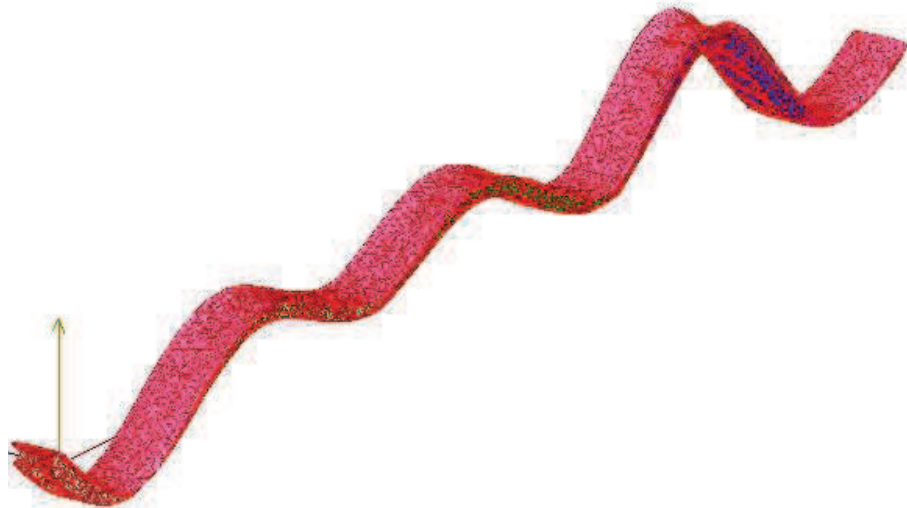
4° Modo Mod. F.E.M. Gusci app.fisso (m.b. s=5cm) $T_4=0.328$ sec



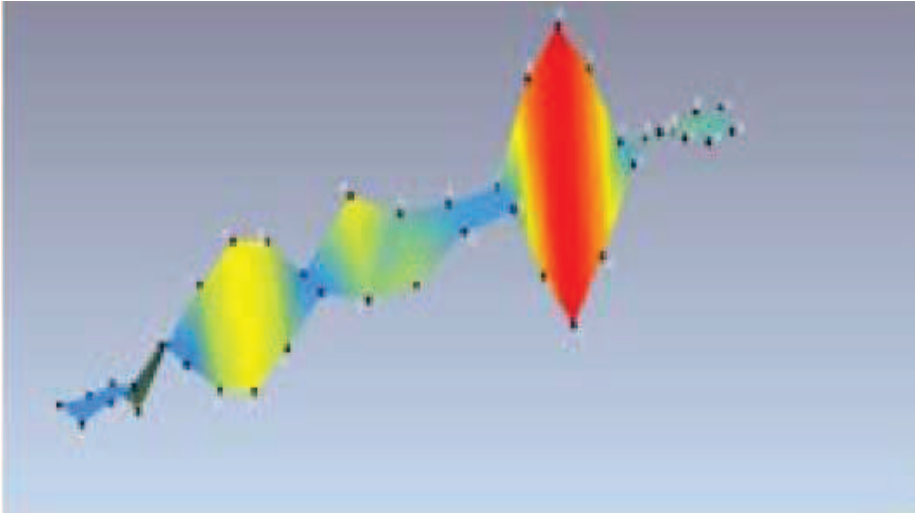
5° Modo Identificato Sperimentale $T_5=0.337$ sec



3° Modo Mod. F.E.M. Gusci app.fisso (m.b. $s=5$ cm) $T_3=0.363$ sec



6° Modo Identificato Sperimentale $T_6=0.240$ sec



7° Modo Mod. F.E.M. Gusci app.fisso (m.b. s=5cm) $T_7=0.249$ sec

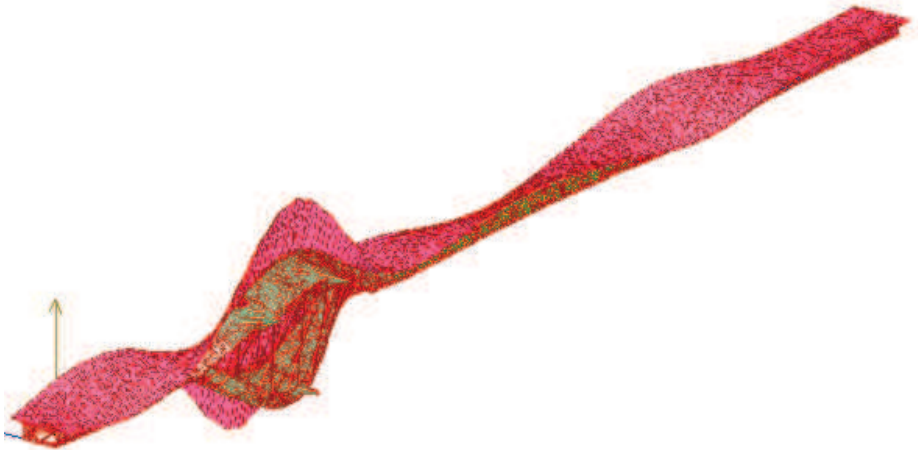
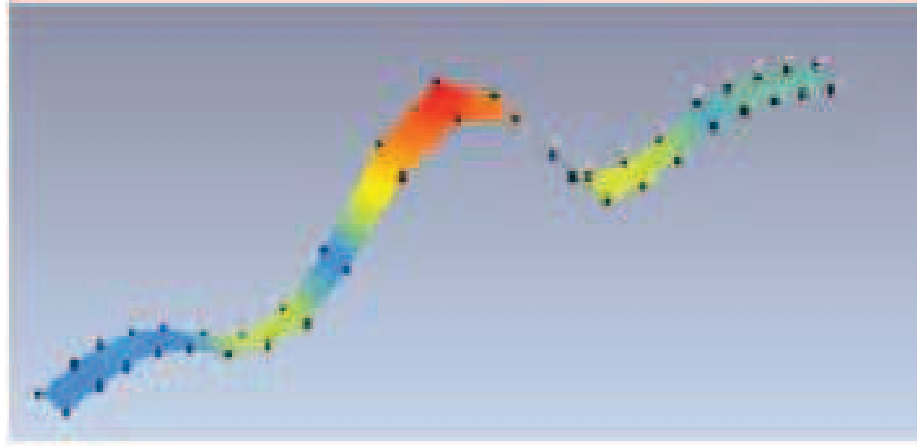


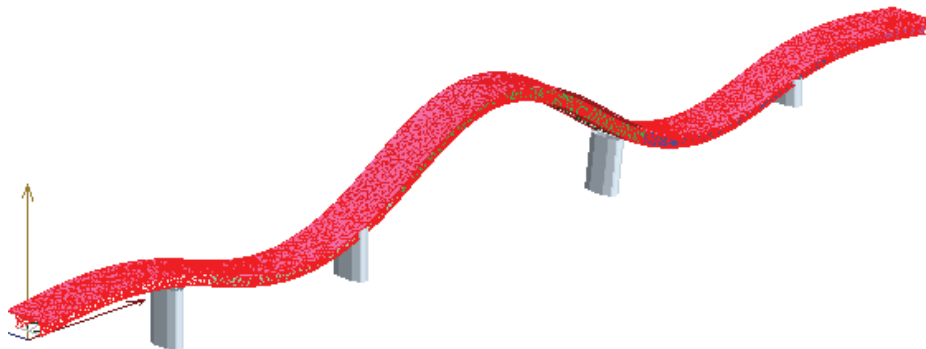
Figure 4. 18- Deformate modali: Identificazione Dinamica Sperimentale

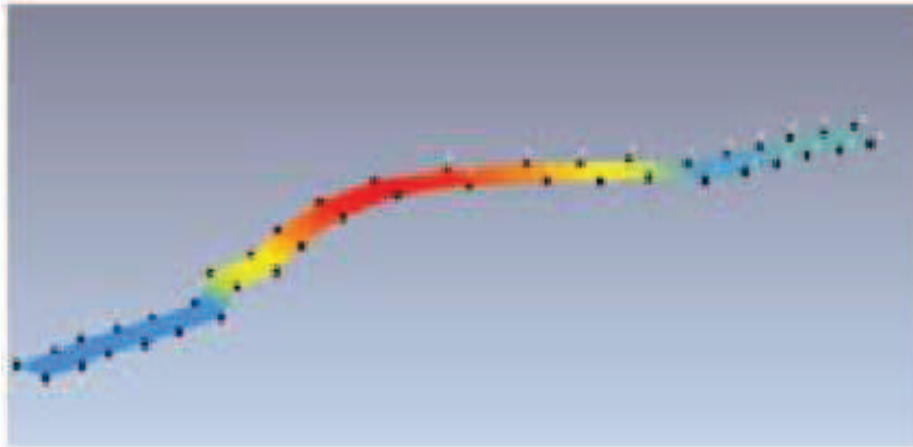
IDENTIFICAZIONE SPERIMENTALE VS F.E.M./PILE

1° Modo Sperimentale Identificato $T_1=0.637$ sec



1° Modo Mod. F.E.M. Gusci su pile (m.b. $s=5$ cm) $T_1=0.682$ sec

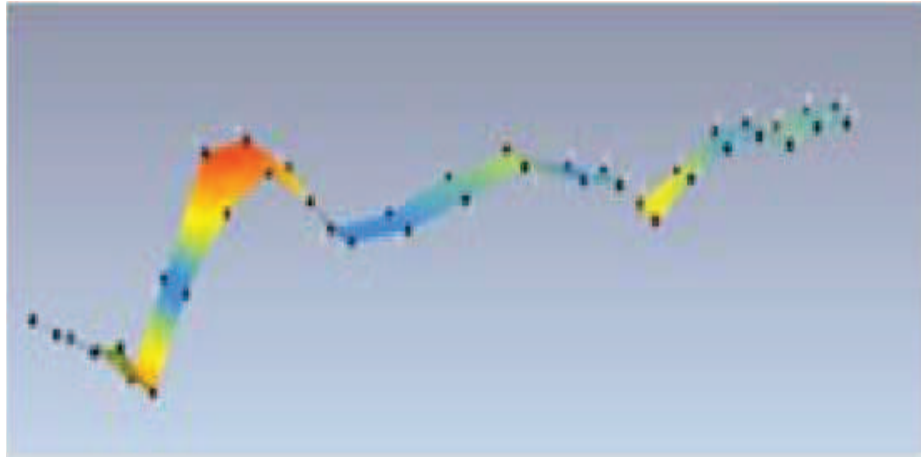


2° Modo Sperimentale Identificato $T_2=0.412$ sec

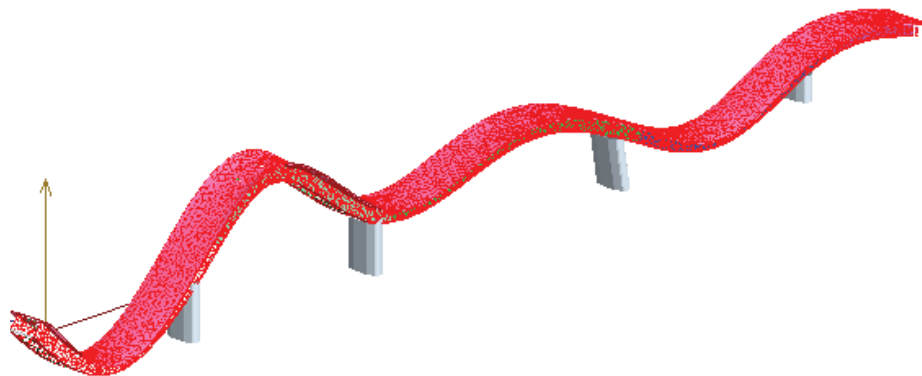
-° Modo Mod. F.E.M. Gusci su pile (m.b. $s=5$ cm) $T_2=N.R.$

Il modello F.E.M è stato impostato senza la modellazione dei dispositivi antisismici. Tuttavia i risultati sperimentali mostrano una deformata modale trasversale sul piano dell'impalcato. Ovvero i dispositivi si attivano. Ciò significa che anche in fase statica la condizione di vincolo data dai dispositivi non è tale da poter porre come ipotesi in un model updating gli appoggi. Dovrebbero essere modellati anche i dispositivi.

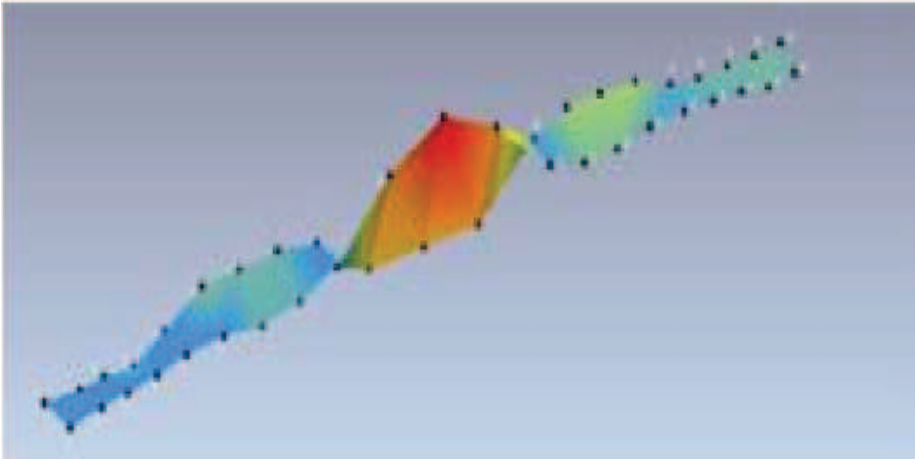
3° Modo Identificato Sperimentale $T_3=0.391$ sec



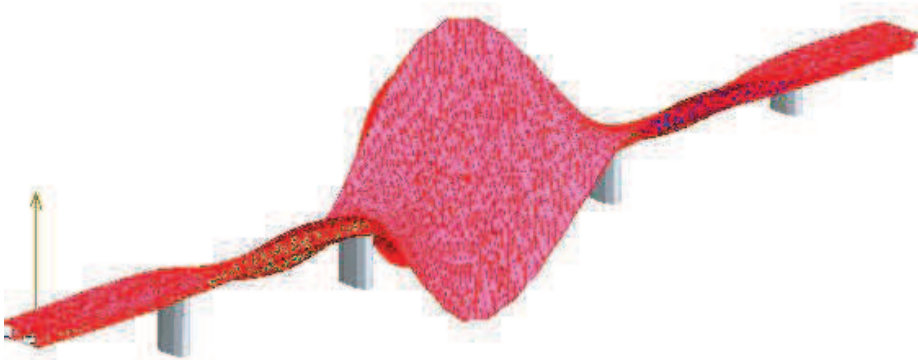
3° Modo Mod. F.E.M. Gusci su pile (m.b. s=5cm) $T_3=0.411$ sec



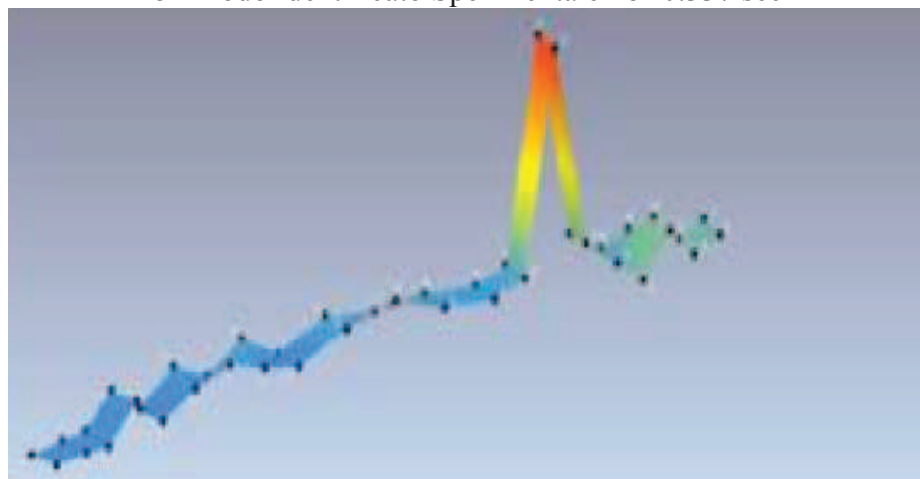
4° Modo Identificato Sperimentale $T_4=0.345$ sec



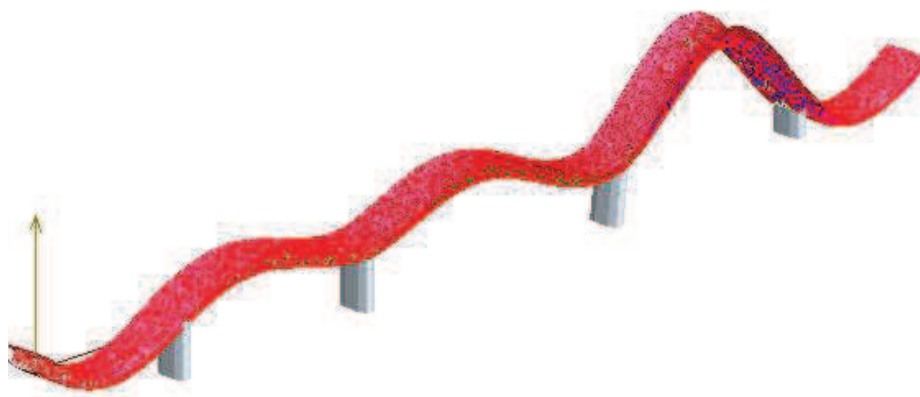
5° Modo Mod. F.E.M. Gusci su pile (m.b. s=5cm) $T_4=0.333$ sec



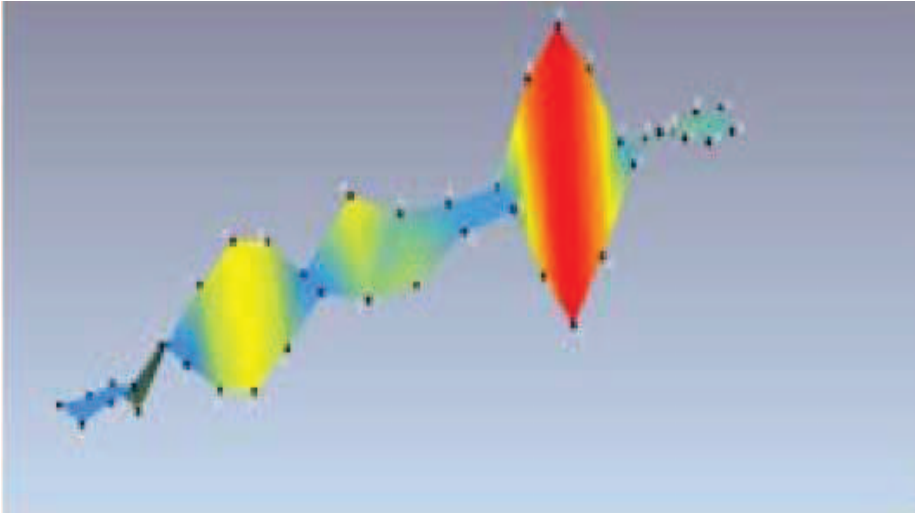
5° Modo Identificato Sperimentale $T_5=0.337$ sec



4° Modo Mod. F.E.M. Gusci su pile (m.b. $s=5$ cm) $T_4=0.363$ sec



6° Modo Identificato Sperimentale $T_6=0.240$ sec



10° Modo Mod. F.E.M. Gusci su pile (m.b. $s=5$ cm) $T_{10}=0.241$ sec

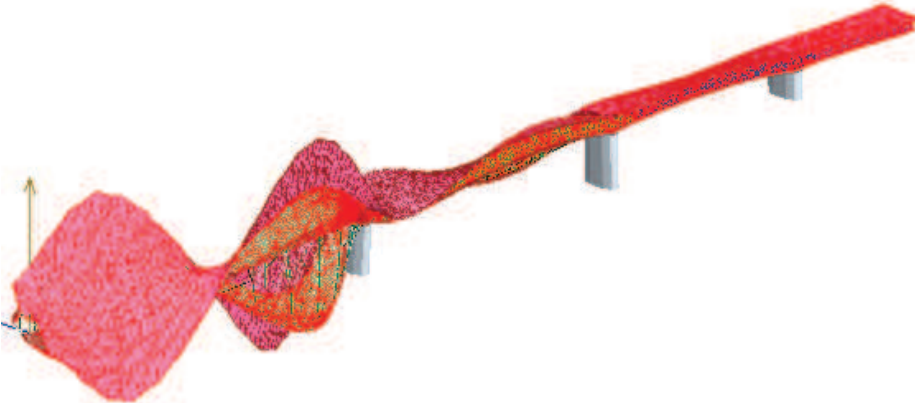


Figure 4. 19- Deformate modali: Identificazione Dinamica Sperimentale

Si riporta di seguito, per una lettura più immediata, il confronto tra i risultati ottenuti:

I.D.S.	ASCad32 app.fisso	Err %	I.D.S. [sec]	ASCad32 Pile [sec]	Err %
0.637	0.659	3%	0.637	0.682	7%
0.412	N.R.	N.R.	0.412	N.R.	N.R.
0.391	0.417	4%	0.391	0.411	3%
0.345	0.328	3%	0.345	0.333	2%
0.337	0.363	4%	0.337	0.363	4%
0.240	0.249	1%	0.240	0.241	0%
0.240	0.267	4%	0.240	0.248	1%

Tabella 4. 2- Riepilogo confronto risultati

Il confronto tra i periodi identificati mediante prova sperimentale e i periodi provenienti da analisi F.E.M. porta mediamente a differenze del 4-5% evidenziando così una ottima corrispondenza tra il modello teorico e la realtà strutturale del viadotto Molona.

Conclusioni

L'implementazione di un modello F.E.M., il più possibile coerente con la realtà dell'opera, risulta indispensabile per una corretta fase di progetto e analisi che rispecchi la realtà fisica della struttura. Nella prima parte del presente lavoro di tesi sono stati implementati principalmente due modelli del viadotto Molona tramite metodo F.E.M:

- Modello completo con elementi gusci per le travi;
- Modello semplificato a trave equivalente con elementi beam per le travate.

Si è dimostrato che il Cad integrato ASCad32 permette la realizzazione di un modello equivalente semplificato che, rispetto alla più onerosa modellazione a gusci, approssima ottimamente il comportamento sia in fase statica che in fase dinamica del viadotto. Questo è stato possibile eseguendo una modellazione accurata mediante oggetti matematici avanzati presenti nel software che offrono una implementazione user-friendly e un solutore di calcolo rapido anche per analisi che coinvolgono un numero di g.d.l. elevato (modello a gusci del viadotto Molona 6200 g.d.l. di cui 1037 traslazioni secondo X, 1031 traslazioni secondo Y, 1031 traslazioni secondo Z, 1031 rotazioni attorno a X, 1039 traslazioni attorno a Y e 1031 rotazioni attorno a Z). La modalità "condensazione statica" per gli elementi bidimensionali quali i gusci, ha permesso, di fatto, di dimezzare le dimensioni del problema dinamico diminuendo considerevolmente i tempi di calcolo senza però perdere di precisione nei risultati.

Nella seconda parte della tesi sono stati confrontati i modi di vibrare teorici del modello F.E.M a gusci (più coerente con la realtà fisica

dell'opera) con i risultati derivanti dall'identificazione dinamica sperimentale condotta in situ del viadotto Molona.

Il confronto dimostra che, tutti i modi di vibrare reali, a meno del secondo modo di vibrare sperimentale derivanti dall'analisi dinamica operativa tramite metodo *FDD*, ben coincidono con il modello F.E.M. sia su appoggi fissi che su pile. Infatti, la prova dinamica, essendo stata condotta con test in vibrazioni ambientali (senza carichi da traffico), ha permesso di ipotizzare una modellazione F.E.M. su appoggi fissi molto vicina al vero. Ciò è dovuto al fatto che la struttura priva di carico da traffico risulta rigida e fa attivare poco la massa delle pile. Questa evidenza ha permesso un confronto critico anche con il modello F.E.M. su appoggi fissi che in alcuni casi risulta più vicino alla realtà sperimentale rispetto al modello F.E.M. su pile.

Lo studio condotto evidenzia come l'utilizzo congiunto dei dati sperimentali derivanti da analisi Output-Only e di un modello numerico, possa fornire indicazioni utili ai fini di una valutazione circa l'esecuzione a regola d'arte dell'opera.

In fase di collaudo, infatti, il confronto dei parametri dinamici, sperimentali e teorici, può fornire indicazioni riguardo a possibili alterazioni dell'opera.

Infine, la possibile implementazione di un modello numerico tarato sulla base dei parametri modali identificati, può potenzialmente costituire uno strumento utile per la stima della sicurezza strutturale nei confronti dell'azione sismica e per la pianificazione di eventuali interventi di consolidamento e adeguamento sismico.

Bibliografia

- Andersen P., Brincker R. and Kirkegaard P. H. (1996), *Theory of covariance equivalent ARMAV models of civil engineering structures*, Proc. 14th Int. Modal Analysis Conf. (Dearborn,MI).
- ARCA –Centro Ricerca Applicazioni Automatiche, (2013), *Manuale dell'utente ASCad32 Cad Integrato per l'Analisi Strutturale*, Versione 3.0, Giarre (CT).
- Bracewell R. N., (1986), *The Fourier transform and its applications*, McGraw-Hill, New York.
- Brincker R. and Andersen P., (2000), *Ambient response analysis of the Heritage Court Tower building structure Proc 18th Int. Modal Analysis Conf.* (San Antonio, TX, 7–10 February, 2000).
- Brincker R., Andersen, P. (2007), *Operational Modal Analysis Tutorial*. Paper presented at Measurement and Analysis of Vibration Symposium, Hälsingborg, Sweden.
- Brincker R., Zhang L.M, Andersen P., (2000) *Modal identification of output-only systems using frequency domain decomposition*, “Proc. 18th Int. Modal Analysis Conference (IMAC)”, San Antonio.
- Carpinteri A., (1998), *Dinamica delle strutture*, Pitagora Editrice, Bologna.
- Chopra A. K., (2001), *Dynamics of Structures*, Prentice-Hall, New Jersey.

- De Stefano A., Ceravolo R., Matta E., Quattrone A., Zanotti Fragonara L. (2010-2013). *Identificazione dinamica sperimentale di edifici strategici sotto sisma*, Linea di ricerca n° 1 “Sviluppo di tecnologie di monitoraggio e gestione del rischio sismico”, Dipartimento di Ingegneria Strutturale, Edile e Geotecnica, ReLUIS.
- Dipartimento di Ingegneria Meccanica e Aerospaziale, Strutture Aeronautiche (2008-2009), *Analisi dinamica sperimentale*, DIMA.
- DM 14 gennaio 2008, (2008), *Nuove Norme Tecniche per le Costruzioni*, GU 4 febbraio 2008, n.29, SO n.30.
- E2B s.r.l, (2012), *Strada a scorrimento veloce Licodia-Eubea A19 PA-CT Stralcio variante di Caltagirone*, www.e2b.it.
- Ewins D.J., Wiley J. & Sons Inc, (1984), *Modal Testing: Theory and Practice*, USA.
- Fabbrocino¹ G., Rainieri² C., Verderame² G. M., (2007), *L'analisi dinamica sperimentale e il monitoraggio delle strutture Esistenti*, Giornata di Studio “Controllo e monitoraggio di edifici in Calcestruzzo Armato: il caso-studio di Punta Perotti, Bari, Italia”,
¹Università degli Studi del Molise, Consorzio ReLUIS
²Università degli Studi “Federico II” di Napoli.
- Fidotta¹ G., Lo Giudice² E., (2015), *Test in vibrazioni ambientali del Viadotto Paradiso 1 sulla S.S. N° 683*, ¹Consulente Ingegneria delle Strutture per DISMAT s.r.l., ²Direttore DISMAT s.r.l., Canicattì (AG).

- Gentile C., (2006). *Valutazione dello stato di conservazione dei ponti in cemento armato*, Estratto dal convegno organizzato dal CIAS “Ponti e viadotti: ispezioni visive e tecniche di risanamento”, Bolzano, Politecnico di Milano Dipartimento di Ingegneria Strutturale.
- Ibrahim R. A. and Milkulcik E. C., (1976), *The experimental determination of vibration test parameters from time responses*, Shock Vib. Bull.
- Ibrahim R. A., (1985), *Parametric random vibration*, Research Studies Press, Letch-worth, U.K.
- Marazzi F., (2000), *Tecniche di identificazione dinamica*, Tesina di dottorato, Dipartimento di Meccanica Strutturale, Pavia.
- Møller N., Brincker R. and Andersen P., (2000), *Modal extraction on a diesel engine in operation* Proc 18th Int. Modal Analysis Conf., (San Antonio, TX, 7–10 February, 2000).
- Muscolino G., (1988), *Non stationary envelope in random vibration theory*, J. Of Engineering mechanics (ASCE).
- Muscolino G., (2002), *Dinamica delle strutture con fondamenti ed applicazioni di ingegneria sismica e dinamica aleatoria*, McGraw-Hill, Milano, IT.
- Muscolino G., Falsone G., (1991), *Introduzione alla scienza delle costruzioni-Statica e cinematica delle travi*, Pitagora Editrice, Bologna.

Petrini L., Pinho R., Calvi G.M., (2004), *Criteri di progettazione antisismica degli edifici*, IUSS Press, Pavia.

Sestieri A., (2004), *Dispense del corso di Meccanica delle Vibrazioni*, Università di Roma “La sapienza”, Dip. di Meccanica e Aeronautica.

Vincenzi L., (2007), *Identificazione dinamica delle caratteristiche modali e delle proprietà meccaniche di strutture mediante algoritmi di ottimizzazione*, Dottorato di ricerca in meccanica delle strutture, Università degli Studi di Bologna.

Viola E., (2001), *Fondamenti di dinamica e vibrazione delle strutture* “-Vol. 1: Sistemi discreti”, Pitagora, Bologna.

www.svibs.com/solutions/what_is_oma.aspx